

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

TIAGO LIMA DE SOUSA

**IDENTIFICAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS  
VISCOELÁSTICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO CONSIDERANDO INFLUÊNCIAS  
DA TEMPERATURA E DA PRESSÃO**

CURITIBA

2015

TIAGO LIMA DE SOUSA

**IDENTIFICAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS  
VISCOELÁSTICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO CONSIDERANDO INFLUÊNCIAS  
DA TEMPERATURA E DA PRESSÃO**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Jucélio Tomás Pereira, *D.Sc.*

Coorientador: Prof. Carlos Alberto Bavastri, *D.Sc.*

CURITIBA

2015

---

S725i

Sousa, Tiago Lima de

Identificação de propriedades mecânicas de materiais viscoelásticos no domínio do tempo considerando influências da temperatura e da pressão/ Tiago Lima de Sousa. – Curitiba, 2015.

112 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, 2015.

Orientador: Jucélio Tomás Pereira – Co-orientador: Carlos Alberto Bavastri.

Bibliografia: p. 100-103.

1. Polímeros - Propriedades mecânicas. 2. Viscoelasticidade. 3. Mecânica - Modelos matemáticos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Pereira, Jucélio Tomás. III. Bavastri, Carlos Alberto . IV. Título.

CDD: 620.11232

---

## TERMO DE APROVAÇÃO

TIAGO LIMA DE SOUSA

### IDENTIFICAÇÃO DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS NO DOMÍNIO DO TEMPO CONSIDERANDO INFLUÊNCIAS DA TEMPERATURA E DA PRESSÃO

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Marco Antonio Luersen  
UTFPR



Prof. Dr. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes  
UFPR



Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva  
UTFPR

Curitiba, 27 fevereiro de 2015.

À minha mui amada e prezada mãe, Ivone Lima de Sousa, que esteve comigo em  
todos os momentos, mesmos os ruins.

Em memória de Elias Francisco de Sousa, Pai, Amigo, Parceiro!

À Elaine Lima de Sousa, que me ensinou os primeiros passos na matemática.

## **AGRADECIMENTOS**

Uma dissertação não é um trabalho individual, mas uma conquista adquirida ao longo do tempo, pelo aprofundamento científico e colaboração dos trabalhos de outros. Esta dissertação não é diferente e tem sido longa sua tentativa e jornada. Eu não a teria feito sem a contribuição e o brilhantismo das seguintes pessoas mencionadas.

Inicialmente, gostaria de agradecer a Deus pela oportunidade dada, durante todo este tempo, provendo saúde, recursos financeiros e estabilidade emocional.

Ao meu orientador Prof. Jucélio Tomás Pereira, não apenas por tudo que aprendi no campo das ciências durante este trabalho, mas também por suas orientações pessoais desde o primeiro contato. Agradeço-lhe pela oportunidade concedida, paciência, companheirismo e comprometimento ao longo deste trabalho.

À minha família, minha mãe Ivone pelo apoio incondicional que tenho recebido e também a minha irmã, Elaine, pelo amor fraterno.

À Cassiana Fávaro de Oliveira, minha namorada, pelo apoio, amor e paciência ao longo dos últimos meses.

Não posso deixar de fora meus amigos, João do Carmo, Jéderson da Silva, Gabriela Dicati, José Gubaua, Francielly Castro, Ana Paula Delowski, Igor Fernandes, Eduardo Olienick, dentre outros, que, de uma forma ou de outra, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores Dr. Carlos Alberto Bavastri e Dr. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes, pelas orientações concedidas para o aprimoramento do trabalho.

Ao PGMEC, pela oportunidade que tem dado às pessoas de conquistar um espaço na sociedade através da educação.

À CAPES, pelo aporte financeiro, sem o qual não teria como desenvolver este trabalho.

“Ame a Deus com todo o coração, com toda a alma e com toda a mente.”

Jesus Cristo

“Faça aos outros o que quer que os outros lhe façam”

Jesus Cristo

“Se você tem uma pedra e bate nela um monte de vezes, um dia ela racha e quebra.

O resultado não depende da última batida apenas.”

Marcos Pontes

## RESUMO

Materiais viscoelásticos (MVEs) têm sido amplamente empregados como materiais estruturais. Entretanto, seu uso de forma adequada exige o conhecimento do seu comportamento bem como de um modelo matemático que os descrevam com precisão. Uma importante propriedade mecânica desse tipo de material é a função módulo de relaxação que, segundo experimentos, possui dependências do tempo, da temperatura e da pressão no material. Este trabalho trata do desenvolvimento de uma metodologia para identificação do comportamento mecânico de MVEs no domínio do tempo, descrito através do modelo de Wiechert (Séries de Prony) e considerando as influências da temperatura, da pressão e da temperatura e pressão simultaneamente. Para tanto, parte-se de um conjunto de dados experimentais obtidos através de ensaios uniaxiais de tração, considerando várias taxas de deformação, em diferentes temperaturas de ensaio. Através do modelo material de Wiechert e de modelos que consideram as influências da temperatura e da pressão, os parâmetros característicos do comportamento material são obtidos utilizando técnicas de otimização. Mais especificamente, é utilizada uma técnica híbrida de otimização baseada na aplicação inicial de algoritmos genéticos para aproximar o ponto de mínimo global, e no posterior uso de técnicas de programação não linear, para melhor aproximar esse ponto de ótimo. A metodologia de identificação é implementada no ambiente MatLab® e os resultados se mostram promissores, modelando de forma adequada o comportamento do MVE empregado, com baixo custo computacional.

Palavras-chave: Viscoelasticidade linear. Modelos constitutivos. Séries de Prony.



## **ABSTRACT**

Viscoelastic materials (VEMs) have been widely used as structural materials. Although, their use in a correctly way requires knowledge of its behavior as well of a mathematical model that describes them accurately. A very important mechanical property involving this type of material is the relaxation modulus function which, according to experiments, shows dependence of time, temperature and pressure. This work deals with the development of a methodology to identify the mechanical behavior of VEMs in time domain, described through the generalized Maxwell model (Prony series) and considering the influence of temperature, pressure and temperature and pressure simultaneously. Therefore, it starts up from a set of experimental results obtained by uniaxial traction, considering various strain rates at different test temperatures. Through Wiechert's material model and other models which include dependence of temperature and pressure, the characteristic parameters of the material behavior are obtained by optimization techniques. Specifically, it is used a hybrid optimization technique based on the initial application of genetic algorithms, in order to approximate the minimum global point followed by a nonlinear programming to better approximate the global optimum point. The identification methodology is implemented on MatLab<sup>®</sup> and the results are promising, modeling appropriately the behavior of the employed the VEM, with low computational costs.

**Key words:** Linear Viscoelasticity. Constitutive models. Prony Series.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Figura ilustrativa das estruturas moleculares de um termoplástico e de um termofixo.....	23
Figura 2: Curva de fluência nos três estágios. ....	24
Figura 3: Ensaio de fluência. Curva de tensão (a) e de deformação (b).....	25
Figura 4: Fluência e recuperação em MVEs. ....	26
Figura 5: Teste de relaxação.....	26
Figura 6: Representação gráfica do comportamento viscoelástico linear. Somatória de deformações na faixa linear resultante de tensões consecutivamente aplicadas	27
Figura 7: Curva máster de um epóxi modificado.....	30
Figura 8: Diagrama volume-temperatura.....	31
Figura 9: Efeito da pressão no módulo de relaxação ao cisalhamento. ....	37
Figura 10: Elementos reológicos físicos de viscoelasticidade.....	40
Figura 11: Ilustração do modelo constitutivo de Voigt.....	41
Figura 12: Ilustração do modelo constitutivo de Maxwell. ....	42
Figura 13: Relaxação do material para o modelo de Maxwell.....	43
Figura 14: Ilustração do modelo constitutivo sólido linear padrão.....	44
Figura 15: Ilustração de dois elementos de Maxwell em paralelo.....	45
Figura 16: Representação física do modelo generalizado de Maxwell.....	46
Figura 17: Representação física do modelo de Wiechert.....	47
Figura 18: Ilustração do modelo de Zener fracionário.....	49
Figura 19: Ilustração do modelo constitutivo de Maxwell fracionário.....	49
Figura 20. Dados experimentais de tensão-deformação – Material Stamax 30M240. ....	56
Figura 21: Dados experimentais de tensão-deformação – Material CYCOLAC BDT5510. Taxa de deformação fixa de 0,083 [mm/mm]/s. ....	56
Figura 22: Ilustração da divisão do intervalo a ser integrado. ....	62
Figura 23: Fluxograma da estrutura computacional implementada no ambiente MatLab®.....	68
Figura 24: Ajustes individuais do modelo teórico de Prony (-) com os dados experimentais (+) de tensão.....	71
Figura 25. Ajuste global do modelo teórico de Prony (-) com os dados experimentais (+) de tensão para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0833 (mm/mm)/s. ....	72
Figura 26: Função módulo de relaxação – Curvas de ajustes individuais e ajuste global. Material CYCOLAC BDT5510.....	73

Figura 27: Ajuste individual para diferentes temperaturas e taxa de deformação fixa de 0,0833mm/mm/s. Modelo FS - Polímero CYCOLAC BDT5510.....	74
Figura 28: Ajuste individual para diferentes temperaturas e taxa de deformação fixa de 0,0833mm/mm/s. Modelo OR - Polímero CYCOLAC BDT5510.....	76
Figura 29: Ajuste individual para diferentes temperaturas e taxa de deformação fixa de 0,0833mm/mm/s. Modelo FMT - Polímero CYCOLAC BDT5510.....	78
Figura 30: Ajuste global do modelo teórico de Prony (-) com os dados experimentais (+) de tensão para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0833 ((mm/mm)/s).....	78
Figura 31. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0001 ((mm/mm)/s).....	80
Figura 32. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,01 ((mm/mm)/s).....	80
Figura 33. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,1 ((mm/mm)/s).....	81
Figura 34. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 1 ((mm/mm)/s).....	81
Figura 35: Ajuste global do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para representar temperatura de -35°C nas diferentes taxas de deformação.....	82
Figura 36: Ajuste global modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para representar temperatura de 23°C nas diferentes taxas de deformação.....	82
Figura 37: Ajuste global modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para representar temperatura de 80°C nas diferentes taxa de deformação.....	83
Figura 38. Curvas dos módulos de relaxação, conforme os dados da Tabela 4, para taxas de deformação fixas e diferentes temperaturas.....	84
Figura 39: Curva do módulo de relaxação, de acordo com os dados da Tabela 4 (ajuste global).....	85
Figura 40: Gráficos tensão-deformação. Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para a temperatura de -35 °C. ....	86
Figura 41: Gráficos tensão-deformação. Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para a temperatura de 23 °C. ....	86
Figura 42: Gráficos tensão-deformação. Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para a temperatura de 80 °C. ....	87
Figura 43: Ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais para temperatura de -35°C. ....	88
Figura 44: Ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais para temperatura de 23°C. ....	89
Figura 45: Ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais para temperatura de 80°C. ....	89
Figura 46. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0001 ((mm/mm)/s).....	91

Figura 47. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,01 ((mm/mm)/s).....	91
Figura 48. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,1 ((mm/mm)/s).....	91
Figura 49. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 1 ((mm/mm)/s).....	91
Figura 50: Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para temperatura de -35 °C.....	93
Figura 51: Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para temperatura de 23 °C. ....	93
Figura 52: Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para temperatura de 80 °C. ....	94
Figura 53: Representação de ajuste global para representar temperatura de -35°C nas diferentes taxas de deformação. ....	95
Figura 54: Representação de ajuste global para representar temperatura de 23°C nas diferentes taxas de deformação. ....	96
Figura 55: Representação de ajuste global para representar temperatura de 80°C nas diferentes taxas de deformação. ....	96

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores dos tempos de relaxação fixados para os termos da Série de Prony.....	61
Tabela 2. Parâmetros comuns utilizados em todas as análises.....	69
Tabela 3: Limites utilizados na análise da influência da temperatura.....	70
Tabela 4: Dados numéricos da identificação considerando a influência da temperatura. Material CYCOLAC BDT5510.....	71
Tabela 5: Valores da identificação do módulo de relaxação com crescentes números de termos de Prony.....	73
Tabela 6: Limites superiores e inferiores utilizados no ajuste considerando a influência da pressão e utilizando o modelo Ferry Straton.....	74
Tabela 7 : Resultados numéricos da identificação considerando influência da pressão - Modelo FS. Ajustes individuais - Polímero CYCOLAC BDT5510.....	75
Tabela 8: Limites superiores e inferiores considerando a influência da pressão e utilizando o modelo O'Reilly.....	75
Tabela 9 : Resultados numéricos da identificação considerando influência da pressão - Modelo OR. Ajustes individuais - Polímero CYCOLAC BDT5510.....	76
Tabela 10: Coeficientes utilizados na análise da influência da temperatura e da pressão. Limites superiores e inferiores estabelecidos para o ajuste por AGs e PNL. ....	77
Tabela 11: Resultados considerando influência da temperatura e da pressão - Polímero CYCOLAC BDT5510.....	79
Tabela 12. Resultados obtidos da identificação para taxas de deformações fixas...	83
Tabela 13: Resultados numéricos considerando a influência da pressão segundo o modelo Ferry e Straton. Ajuste para o material STAMAX 30YM240.....	87
Tabela 14: Resultados numéricos considerando influência da pressão utilizando o modelo O'Reilly. Ajuste para o material STAMAX 30YM240.....	90
Tabela 15: Resultados do processo de identificação para taxas de deformações fixas.....	92
Tabela 16: Resultados da identificação para temperaturas fixas. Influência da temperatura e da pressão. ....	94
Tabela 17: Valores referentes a identificação do módulo de relaxação com diferentes números de termos de Prony.....	97

## LISTA DE ABREVIATURAS

AG	Algoritmo Genético.
FMT	Modelo de Fillers–Moonan–Tschoegl.
FS	Modelo de Ferry–Straton.
KKT	Equações de Karush–Kuhn–Tucker.
MVE	Material Viscoelástico.
OR	Modelo de O'Reilly.
PNL	Programação Não Linear.
PSTP	Princípio da Superposição Tempo-Pressão.
PSTT	Princípio da Superposição Tempo-Temperatura.
PSTTP	Princípio da Superposição Tempo-Temperatura-Pressão.
WLF	Modelo de Williams-Landel-Ferry.

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Alfabeto Latino

$A$	Constante empírica característica do material.
$B_{BC}$	Constante empírica característica do material segundo modelo de Bestul e Chang.
$B_{GS}$	Constante empírica característica do material segundo modelo de Goldstein.
$C$	Módulo do amortecedor viscoso.
$C_1^T$	Constante do material para o fator de deslocamento de temperatura – modelo WLF.
$C_1^{T(sup)}$	Limite superior da variável de projeto $C_1^T$ .
$C_1^{T(inf)}$	Limite inferior da variável de projeto $C_1^T$ .
$C_2^T$	Constante do material para o fator de deslocamento de temperatura – modelo WLF.
$C_2^{T(sup)}$	Limite superior da variável de projeto $C_2^T$ .
$C_2^{T(inf)}$	Limite inferior da variável de projeto $C_2^T$ .
$C_A^T$	Constante do material para o fator de deslocamento de temperatura – Modelo de Arrhenius.
$C_A^{T(sup)}$	Limite superior da variável de projeto $C_A^T$ .
$C_1^P$	Constante do material para o fator de deslocamento de pressão – modelo FS.
$C_1^{P(sup)}$	Limite superior da variável de projeto $C_1^P$ .
$C_1^{P(inf)}$	Limite inferior da variável de projeto $C_1^P$ .
$C_2^P$	Constante do material para o fator de deslocamento de pressão - modelo FS.
$C^P$	Constante do material para o fator de deslocamento de pressão utilizando modelo O'Reilly.
$C^{P(sup)}$	Limite superior da variável de projeto $C^P$ .
$C^{P(inf)}$	Limite inferior da variável de projeto $C^P$ .

$C_m^{T,P}$	Constante do material para o fator de deslocamento de temperatura e pressão – modelo FMT ( $m = 1$ a $6$ ).
$C_m^{T,P(sup)}$	Limite superior da variável de projeto $C_m^{T,P}$ .
$C_m^{T,P(inf)}$	Limite inferior da variável de projeto $C_m^{T,P}$ .
$D(t)$	Módulo de fluência no domínio do tempo.
$E$	Módulo de rigidez elástico.
$E_\infty$	Módulo de equilíbrio.
$E_\infty^{sup}$	Limite superior da variável de projeto $E_\infty$ .
$E_i$	Módulo de relaxação associado ao termo de Prony ( $i = 1$ a $NT$ ).
$E_i^{sup}$	Limite superior da variável de projeto $E_i$ .
$E(t)$	Módulo de relaxação no domínio do tempo.
$e$	Número neperiano ( $e = 2,71$ ).
$f$	Fração de volume livre.
$H(t)$	Função Heavyside.
$H(T)$	Entalpia do polímero em uma temperatura $T$ .
$NT$	Número de termos da série de Prony.
$T_g$	Temperatura de transição vítrea.
$T_m$	Temperatura de fusão.
$T_0$	Temperatura de referência.
$T$	Temperatura.
$V_\varphi$	Volume ocupado por moléculas.
$V_f$	Volume livre não ocupado pelas moléculas.
$V$	Volume.
$k_f$	Coeficiente de compressibilidade.
$P$	Pressão.
$P_0$	Pressão de referência.
$R$	Constante universal dos gases.
$S_c(T)$	Entropia do polímero acima da temperatura de transição vítrea.
$S_c(T_g)$	Entropia do polímero na temperatura de transição vítrea.



## Alfabeto Grego

$\alpha$	Constante de ordem fracionária.
$\alpha_P$	Fator de deslocamento para pressão.
$\alpha_T$	Fator de deslocamento para temperatura.
$\alpha_{T,P}$	Fator de deslocamento para temperatura e pressão.
$\varepsilon$	Deformação.
$\dot{\varepsilon}$	Taxa de deformação.
$\dot{\varepsilon}_j$	Taxa de deformação para a j-ésima curva.
$\xi$	Variável de integração.
$\eta$	Viscosidade do material.
$\sigma$	Tensão.
$\sigma^w(t_k)$	Tensão de Wiechert para o k-ésimo ponto.
$\dot{\sigma}(t)$	Taxa de tensão no tempo.
$\tau$	Tempo de relaxação.
$\Omega$	Frequência.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>19</b>
1.1	OBJETIVOS.....	20
1.1.1	Objetivo Geral .....	20
1.1.2	Objetivos Específicos .....	20
1.2	ESTRUTURA DO TEXTO.....	20
<b>2</b>	<b>REVISÃO CONCEITUAL E BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>22</b>
2.1	INTRODUÇÃO.....	22
2.2	CONCEITOS SOBRE POLÍMEROS.....	22
2.3	CONCEITOS INICIAIS SOBRE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO....	24
2.3.1	Fluência.....	24
2.3.2	Recuperação .....	25
2.3.3	Relaxação .....	26
2.3.4	Linearidade.....	27
2.4	PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DE BOLTZMANN .....	27
2.5	EFEITO DA TEMPERATURA EM POLÍMEROS .....	29
2.5.1	Modelos Para o Fator de Deslocamento Devido à Influência da Temperatura.....	31
2.5.1.1	Modelo de Williams-Landel-Ferry (WLF) .....	32
2.5.1.2	Modelo de Bestul-Chang .....	33
2.5.1.3	Modelo de Goldstein.....	34
2.5.1.4	Modelo de Arrhenius.....	35
2.5.1.5	Avaliação dos fatores de deslocamento em temperatura .....	35
2.6	EFEITO DA PRESSÃO NOS POLÍMEROS.....	36
2.6.1	Modelos de Fator de Deslocamento Devido à Influência da Pressão .....	37
2.6.1.1	Modelo Ferry-Straton.....	38
2.6.1.2	Modelo O'Reilly.....	38
2.7	EFEITO DA PRESSÃO E DA TEMPERATURA NOS POLÍMEROS .....	38
2.8	MODELOS MATEMÁTICOS PARA MVES.....	39
2.8.1	Modelos Baseados em Derivadas de Ordem Inteira.....	40
2.8.1.1	Modelo de Voigt.....	41
2.8.1.2	Modelo de Maxwell .....	41
2.8.1.3	Modelo Sólido Linear Padrão.....	43
2.8.1.4	Modelo Generalizado de Maxwell.....	45
2.8.2	Modelos Baseados em Derivadas Fracionárias .....	48
2.9	OTIMIZAÇÃO .....	49
2.9.1	Conceitos .....	49
2.9.2	Algoritmos Genéticos .....	51
2.9.3	Programação Não Linear .....	52
2.10	IDENTIFICAÇÃO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS.....	52

<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>55</b>
3.1	INTRODUÇÃO.....	55
3.2	MATERIAIS .....	55
3.3	METODOLOGIA.....	57
3.3.1	Método Proposto de Identificação no Domínio do Tempo Considerando a Influência da Temperatura.....	57
3.3.2	Método Proposto de Identificação no Domínio do Tempo Considerando a Influência da Pressão Média .....	61
3.3.3	Método Proposto de Identificação no Domínio do Tempo Considerando a Influência da Pressão e da Temperatura Simultaneamente.....	64
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>67</b>
4.1	INTRODUÇÃO.....	67
4.2	ESTRUTURA COMPUTACIONAL.....	67
4.2.1	Parâmetros do Processo de Otimização por AG.....	67
4.2.2	Parâmetros do Processo de Otimização por PNL.....	69
4.3	RESULTADOS NUMÉRICOS: POLÍMERO CYCOLAC BDT5510 .....	69
4.3.1	Identificação Considerando Influência da Temperatura .....	70
4.3.2	Identificação Considerando Influência da Pressão Média Utilizando o Modelo FS.....	74
4.3.3	Identificação Considerando Influência da Pressão Média Utilizando o Modelo OR .....	75
4.3.4	Identificação Considerando Influência da Temperatura e da Pressão Utilizando o Modelo FMT.....	77
4.4	RESULTADOS NUMÉRICOS: POLÍMERO STAMAX 30YM240.....	79
4.4.1	Identificação Considerando Influência da Temperatura .....	80
4.4.2	Identificação Considerando Influência da Pressão Média Utilizando o Modelo Ferry e Straton.....	85
4.4.3	Identificação Considerando a Influência da Pressão Média Segundo o Modelo O'Reilly .....	88
4.4.4	Identificação Considerando as Influências da Temperatura e da Pressão Segundo o Modelo de Fillers – Moonan – Tschoegl .....	90
4.4.4.1	Ajuste com taxas de deformações fixas e diferentes temperaturas .....	90
4.4.4.2	Ajuste com temperaturas fixas e diferentes taxas de deformação .....	92
4.4.4.3	Ajuste global .....	95
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>99</b>
5.1	INTRODUÇÃO.....	99
5.1.1	Análise Considerando a Influência da Temperatura.....	99
5.1.2	Análise Considerando a Influência da Pressão .....	99
5.1.3	Análise Considerando as Influências da Temperatura e da Pressão.....	100
5.2	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS.....	100
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>101</b>

<b>APÊNDICES .....</b>	<b>104</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>111</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, vem aumentando a necessidade de conhecimentos mais extensos sobre o comportamento mecânico de materiais viscoelásticos (MEVs). Isso ocorre porque eles podem ser encontrados na vida cotidiana através de inúmeras aplicações estruturais como componentes de veículos, estruturas de computadores, embalagens, brinquedos, tubulações, utensílios em geral, entre outros.

Sistemas estruturais compostos de materiais que possuem características viscoelásticas podem ser bem mais complicados de serem projetados do que aqueles com comportamento elástico (aço, alumínio, *etc.*). Essa afirmação decorre do fato de que o desempenho de MVEs pode ser fortemente dependente da velocidade de aplicação do carregamento, da temperatura e/ou da pressão a qual são submetidos, além de se comportarem de maneira viscosa e elástica.

Para projetar um dispositivo que tenha em sua estrutura algum tipo de MVE é necessário ter os modelos que descrevem com precisão seus comportamentos mecânicos e, com isso, saber qual material melhor se ajusta às necessidades de cada projeto. Atualmente, podem ser encontrados na literatura, vários modelos constitutivos que buscam representar o comportamento mecânico de MVEs. Esses modelos são baseados em equações diferenciais que podem ser de ordem inteira ou de ordem fracionária.

A maioria desses materiais decorre de uma combinação de molas e amortecedores, onde a mola representa a parte elástica do comportamento e o amortecedor à parte viscosa.

Objetivando descrever o comportamento mecânico dos MVEs, vários autores na literatura como Welch (1999), O'Brien (2001) e Jrad et al (2013) fazem uso desses modelos associando-os em série, paralelo, série-paralelo *etc.*. Com isso, são gerados, por exemplo, os modelos de Kelvin, Maxwell, Zener, Burgers *etc.*. Estes, mais simples (com mola e amortecedor), são base dos modelos generalizados os quais se mostram mais adequados para representar o material. Alguns desses modelos generalizados já se encontram implementados em programas comerciais de elementos finitos (por exemplo, ANSYS e ABAQUS).

A utilização desses programas requer o conhecimento das propriedades desses materiais e, portanto, é de suma importância o desenvolvimento de técnicas que possibilitem, através de um conjunto de dados obtidos experimentalmente, a identificação das mesmas. Esse é o tema central deste trabalho.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal implementar computacionalmente uma metodologia para a identificação das propriedades mecânicas de MVEs no domínio do tempo, considerando a influência da temperatura, da pressão e da pressão e da temperatura em conjunto, tendo como base o modelo constitutivo de Wiechert e a utilização de técnicas híbridas de otimização.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

O objetivo geral pode ser detalhado nos seguintes objetivos específicos:

1. Formular matematicamente o comportamento mecânico de um MVE, utilizando um módulo de relaxação constitutivo no domínio do tempo, combinado com um fator de deslocamento do tempo que considera as influências da:
  - ✓ Temperatura;
  - ✓ Pressão;
  - ✓ Temperatura e Pressão.
2. Tendo como base o modelo de Wiechert e de dados experimentais, identificar computacionalmente os parâmetros do módulo de relaxação, utilizando técnicas híbridas de otimização, para os modelos formulados anteriormente.

## 1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

O corrente capítulo introduz a motivação para o desenvolvimento deste trabalho, onde a importância do estudo de MVEs é relatada. Ainda, neste capítulo,

descrevem-se o objetivo geral e o específico, finalizando com uma visão geral de como está estruturado todo o texto da dissertação.

No segundo capítulo, é apresentada uma revisão da literatura referente aos tópicos de relevância deste trabalho. A pesquisa desenvolvida nesse capítulo tem o intuito de fornecer embasamento para a elaboração da metodologia proposta de identificação do material, desenvolvida na sequência.

No terceiro capítulo, é apresentada a metodologia proposta para identificação de MVEs. Inicialmente, descreve-se a formulação de modelos matemáticos que relacionam tensão-deformação no domínio do tempo. Nesses modelos, são consideradas as influências da temperatura, da pressão e de ambas simultaneamente. Por fim, apresenta-se o problema padrão de otimização utilizado para identificar os MVEs em estudo.

O capítulo 4 apresenta e discute os resultados obtidos. Nele, é descrita a caracterização do comportamento mecânico de dois materiais distintos (STAMAX e CYCOLAC), onde cada um foi caracterizado de forma separada. Inicialmente mostram-se os resultados gráficos dos ajustes. Em seguida, valores numéricos, que caracterizam o comportamento mecânico dos materiais, são apresentados em tabelas.

O texto é finalizado com as conclusões constatadas e algumas sugestões de trabalhos futuros, apresentadas no capítulo 5, seguidas pelas referências utilizadas.

## 2 REVISÃO CONCEITUAL E BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo inicia com uma sucinta introdução ao estudo de polímeros, apresentando os conceitos, as características e suas propriedades. Depois, os conceitos principais de MVEs sobre seus comportamentos característicos são descritos brevemente. Em seguida, é apresentada a equação de Boltzmann, que busca relacionar a tensão versus deformação em materiais poliméricos. Descrevem-se também os efeitos da temperatura e/ou da pressão no MVE e os seus respectivos fatores de deslocamento, que descrevem a translação da curva do módulo de relaxação, conforme há variação de temperatura e/ou pressão. Na sequência, modelos reológicos de viscoelasticidade linear, que buscam representar módulos de relaxação a partir da combinação de molas e amortecedores, são descritos. Conceitua-se o problema padrão de otimização e descreve-se a idéia central da otimização por Algoritmos Genéticos (AGs) e por Programação Não Linear (PNL). O capítulo é finalizado com uma revisão bibliográfica concisa sobre o tema proposto, onde são relacionados trabalhos de vários autores que têm buscado caracterizar MVEs no domínio da frequência ou do tempo.

### 2.2 CONCEITOS SOBRE POLÍMEROS

Segundo Canevarolo (2006), a palavra polímero vem dos termos gregos “poli”, que significa muitos, e “mero”, significando unidade, denotando assim “muitas unidades”. Um polímero é uma macromolécula formada pela ligação de um grande número de pequenas moléculas do mesmo tipo. Em escala microscópica, um material polimérico pode ser imaginado como um “bolo emaranhado de fios”, onde os fios individuais representam as cadeias moleculares do polímero (Figura 1).

A larga utilização de materiais poliméricos deve-se principalmente ao seu baixo custo e às suas boas propriedades mecânicas. Segundo Rudin (1982), as propriedades mecânicas dos polímeros são dependentes da mobilidade molecular, a qual é influenciada pela natureza química das macromoléculas, pela massa molecular, pela presença ou não de ramificações ou de ligações cruzadas, pelo grau



de cristalinidade, pela presença ou não de plastificantes, por aditivos e orientação molecular.

Rudin (1982) afirma que quando todas essas variáveis são fixadas para uma determinada amostra, é observado que as propriedades do material dependerão fortemente do tempo, da temperatura e da pressão. Essa dependência é uma consequência da natureza viscoelástica de polímeros.

Polímeros podem ser classificados segundo inúmeros critérios. Uma classificação bastante comum pode ser feita baseada na estrutura molecular, que implica propriedades completamente diferentes. Segundo Mano (1985), os polímeros são divididos entre os que não possuem ligações cruzadas entre suas moléculas (ditos termoplásticos) e aqueles que possuem ligações cruzadas entre moléculas adjacentes (os termofixos) (Figura 1).

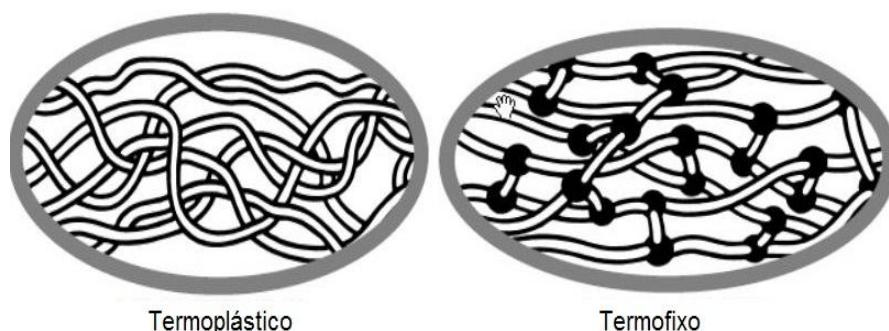


Figura 1: Figura ilustrativa das estruturas moleculares de um termoplástico e de um termofixo.

Outra forma, também aceita para classificar os polímeros, é quanto ao seu comportamento térmico. Os termoplásticos constituem a maior parte dos polímeros existentes. Podem ser fundidos e conformados em formas que são mantidas após seu resfriamento, mas podendo ser refundidos seguidas vezes e solubilizados por vários solventes. Dependendo de suas estruturas, à temperatura ambiente, os termoplásticos podem ser maleáveis, rígidos ou frágeis (MCCRUM *et al.*, 1997). Exemplos de termoplásticos são o polipropileno, o polietileno e o policloreto de vinil (vulgo PVC), entre outros.

Por outro lado, os termofixos são extremamente estáveis a variações de temperatura, não podendo ser fundidos, e quando em temperaturas excessivas se degradam ou se decompõem (CREMA, 2007). Uma vez solidificados, não mais amolecem, ao contrário dos termoplásticos, que utilizam o calor para a sua possível modelagem. Um exemplo bem comum de termofixo é a baquelita, usada para

compor cabos de frigideira que por ser dura resistente e apresentar baixa condutividade térmica (o cabo não se aquece no fogo).

Portanto, polímeros são materiais com comportamento viscoelástico que demonstram dependência tanto do tempo (com base na gama de escalas de tempo que descrevem os vários rearranjos configuracionais das cadeias) quanto da temperatura e da pressão.

## 2.3 CONCEITOS INICIAIS SOBRE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

Viscoelasticidade é a propriedade de materiais que exibem características comportamentais tanto elásticas quanto viscosas. Durante ensaios com MVEs, são observados, entre outros, os comportamentos de fluência, recuperação e relaxação. A seguir, é realizada uma breve descrição de cada um desses comportamentos para melhor entendimento do comportamento mecânico de MVEs.

### 2.3.1 Fluência

Findley *et al.* (1976) descreve a fluência como uma deformação lenta e contínua de um material ao longo do tempo, quando o mesmo é submetido a um carregamento de tensão constante. Este comportamento pode ser descrito em três diferentes estágios (Figura 2). No estágio inicial, dito primário, ocorre fluência a uma taxa de variação da deformação decrescente; o segundo estágio ocorre a uma taxa de deformação aproximadamente constante; e no estágio terciário, ocorre fluência à taxa crescente, resultando, via de regra, na fratura do material.

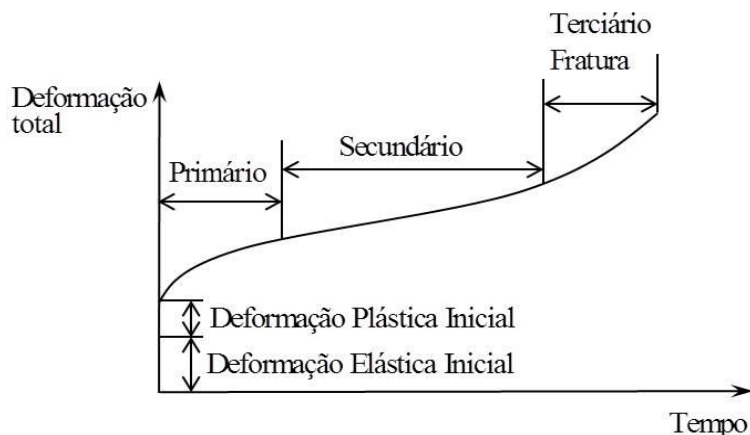


Figura 2: Curva de fluência nos três estágios.  
(Fonte: Adaptado de Findley *et al.*, 1976).

Brinson e Brinson (2008) definem uma função que relaciona deformação  $\varepsilon(t)$ , ao longo do tempo, com a tensão inicial aplicada  $\sigma_0$ . Ela é denominada de módulo de fluência,  $D(t)$ , e dada por

$$D(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0}, \quad (1)$$

ou seja,

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 D(t). \quad (2)$$

Para um polímero termofixo, durante um ensaio de fluência, a deformação tenderá para um valor constante após um longo tempo. Por outro lado, para um polímero termoplástico, a deformação continuará a crescer tendendo à fratura (Figura 3).

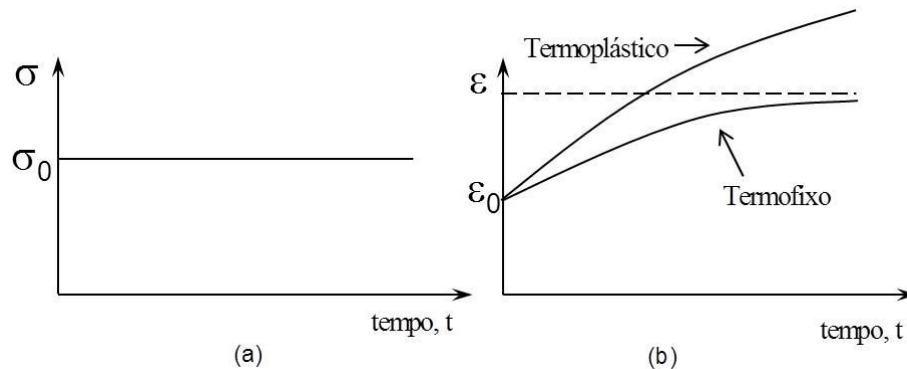


Figura 3: Ensaio de fluência. Curva de tensão (a) e de deformação (b).

### 2.3.2 Recuperação

Considerando um MVE sob tensão  $\sigma_0$ , conforme mostrado na Figura 4, após o descarregamento, este material sofre um comportamento denominado recuperação. Se a carga é removida no tempo  $t_1$ , ocorrerá uma reversão elástica da deformação, seguida de uma recuperação da deformação por fluência a uma taxa continuamente decrescente.

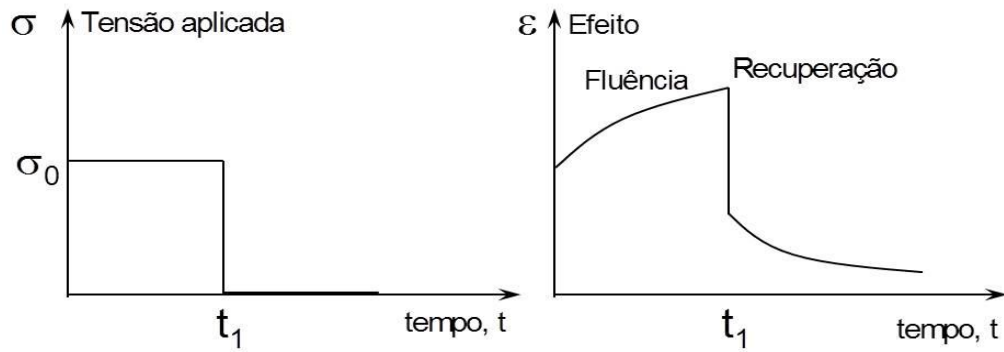


Figura 4: Fluência e recuperação em MVEs.

### 2.3.3 Relaxação

Durante ensaios de relaxação, uma deformação constante  $\varepsilon_0$  é aplicada ao material. Para tal, o material é deformado para uma nova posição e rigidamente fixado, de modo que essa deformação permaneça constante durante a realização do teste.

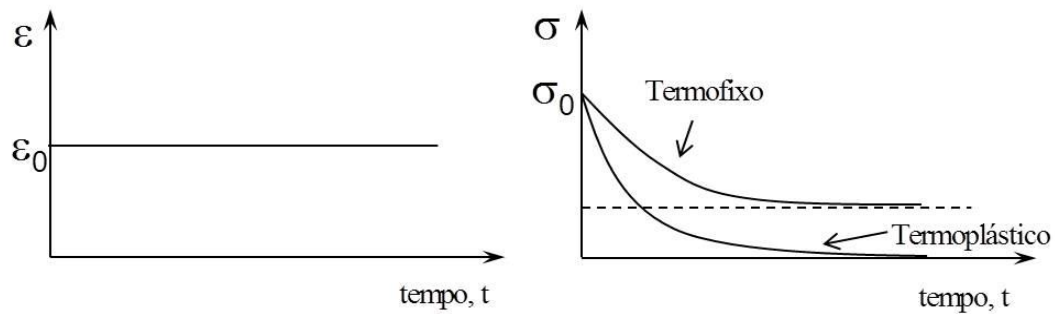


Figura 5: Teste de relaxação.

De acordo com Brinson e Brinson (2008), quando um MVE é carregado dessa maneira, a tensão  $\sigma(t)$  necessária para manter essa deformação constante diminui no decorrer do tempo, tendendo a zero para um termoplástico ideal, ou a um valor constante não-nulo para um termofixo (Figura 5). A função que relaciona a tensão  $\sigma(t)$ , ao longo do tempo, com a deformação inicial aplicada  $\varepsilon_0$  é denominada módulo de relaxação  $E(t)$  e é dada por

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

### 2.3.4 Linearidade

Outro conceito importante de MVEs é a linearidade. Conforme Findley *et al.* (1976), um material é dito linearmente viscoelástico se a tensão for proporcional à deformação e o princípio da superposição de Boltzmann, conforme definido no item 2.4 a seguir, puder ser aplicado.

## 2.4 PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO DE BOLTZMANN

Se uma tensão  $\sigma_0$  é aplicada no tempo  $t=0$  a um corpo de prova de um MVE e posteriormente, num instante  $t = \xi_1$ , uma nova tensão adicional  $(\sigma_1 - \sigma_0)$  é aplicada, a deformação total no material em um tempo  $t$ , subsequente a  $\xi_1$ , é dada pela soma das deformações decorrentes das duas tensões, como se as tensões  $\sigma_0$  e  $(\sigma_1 - \sigma_0)$  estivessem atuando separadamente (Figura 6). Segundo Findley *et al.* (1976), a esse fato é dado o nome de princípio da superposição de Boltzmann e isso caracteriza um MVE linear.

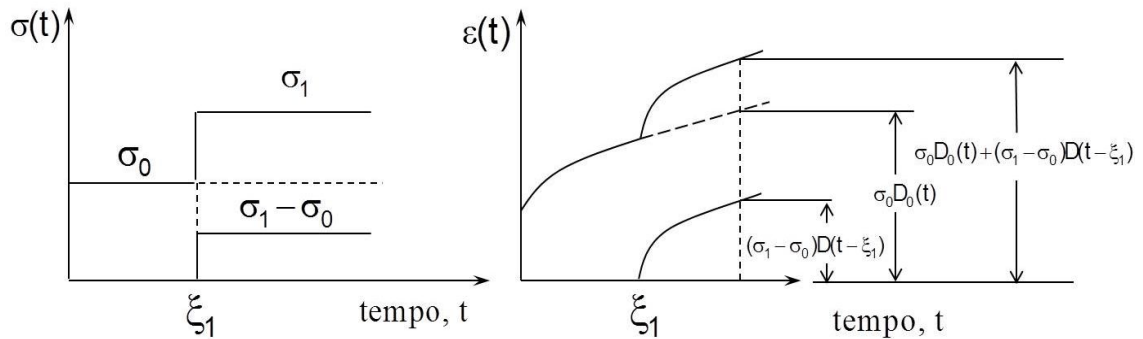


Figura 6: Representação gráfica do comportamento viscoelástico linear. Somatória de deformações na faixa linear resultante de tensões consecutivamente aplicadas.

Colocando em um formato mais generalizado: supondo que a variável de entrada (tensões) possa ser representada por uma série de degraus  $\Delta\sigma_i = \sigma_i - \sigma_{i-1}$ , com cada qual começando em tempos diferentes  $\xi_i$ , o histórico de tensões pode ser representado por um somatório de funções degrau como

$$\sigma(t) = \sigma_0 H(t) + (\sigma_1 - \sigma_0) H(t - \xi_1) + \dots + (\sigma_n - \sigma_{n-1}) H(t - \xi_n). \quad (4)$$

onde  $H(t)$  é a função de Heavyside, definida como

$$H(t - \xi_i) = \begin{cases} 1 & \text{para } t \geq \xi_i \\ 0 & \text{para } t < \xi_i \end{cases}. \quad (5)$$

O princípio da superposição de Boltzmann estabelece que cada um dos carregamentos contribui de forma independente para a deformação final. Assim, a deformação total  $\varepsilon(t)$  pode ser obtida pela adição de todas as contribuições na forma

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \sigma_0 D(t) H(t) + (\sigma_1 - \sigma_0) D(t - \xi_1) H(t - \xi_1) + \\ & (\sigma_2 - \sigma_1) D(t - \xi_2) H(t - \xi_2) + \\ & (\sigma_3 - \sigma_2) D(t - \xi_3) H(t - \xi_3) + \\ & \dots + (\sigma_n - \sigma_{n-1}) D(t - \xi_n) H(t - \xi_n). \end{aligned} \quad (6)$$

Escrevendo essa expressão em forma de série, tem-se

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 D(t) H(t) + \sum_{i=1}^n D(t - \xi_i) H(t - \xi_i) (\sigma_i - \sigma_{i-1}). \quad (7)$$

Multiplicando e dividindo cada incremento da Eq.(7) por  $\Delta \xi$ , com  $\Delta \xi$  tendendo a 0, e tomando  $n$  tendendo ao infinito, decorre que a deformação total, para  $t \geq 0$ , pode ser escrita como

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 D(t) + \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \Delta \xi \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^n \left\{ D(t - \xi_i) H(t - \xi_i) \frac{(\sigma_i - \sigma_{i-1})}{\Delta \xi} \Delta \xi \right\}. \quad (8)$$

Face aos limites acima, a deformação total pode ser expressa por uma representação integral como

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 D(t) + \int_0^t D(t - \xi) \frac{d\sigma(\xi)}{d\xi} d\xi. \quad (9)$$

Essa equação corresponde a uma integral hereditária da fluência e pode ser usada para descrever o histórico de deformação,  $\varepsilon(t)$ , para um dado histórico de tensão,  $\sigma(t)$ , considerando que o módulo de fluência  $D(t)$  seja conhecido.

De maneira análoga, é possível obter uma expressão relacionando a tensão,  $\sigma(t)$ , com a deformação,  $\varepsilon(t)$ , em um corpo que experimentou uma história de deformação contínua  $\varepsilon(t)$ . Nesse caso,

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E(t) + \int_0^t E(t - \xi) \frac{d\varepsilon(\xi)}{d\xi} d\xi. \quad (10)$$

A Eq. (10) é utilizada para descrever a tensão sob certos históricos de deformação. Nela, o módulo de relaxação é uma função que depende de várias variáveis, como exposto nos próximos itens.

## 2.5 EFEITO DA TEMPERATURA EM POLÍMEROS

A temperatura influencia consideravelmente o comportamento mecânico de polímeros viscoelásticos tendo em vista que, quando em temperaturas baixas, esses podem ser duros e rígidos como um vidro sólido e, quando em temperaturas mais elevadas podem se apresentar flexíveis como borracha ou um líquido viscoso.

Conforme Chanda e Roy (2006), o polímero se comporta de forma vítrea quando está abaixo de uma temperatura denominada  $T_g$ . Nela os movimentos das cadeias carbônicas do material praticamente cessam seus movimentos dando origem a uma consistência vítrea. O comportamento borrachoso ocorre entre a temperatura de transição vítrea  $T_g$  e a temperatura de fusão  $T_m$ . Nesse caso,  $T_m$  é definida como a temperatura em que o material passa do estado borrachoso para o líquido viscoso.

Matematicamente, as características acima descritas são interpretadas como alterações no módulo de relaxação do material, caracterizando-o como uma função do tempo  $t$  e da temperatura  $T$ , ou seja,  $E(T, t)$ . Esse módulo é ilustrado na Figura 7, como função do tempo, para um polímero com comportamento viscoelástico. Nessa figura, podem ser visualizadas algumas curvas de relaxação para temperaturas que variam de 70°C a 120°C.

Observa-se que a magnitude do módulo diminui com o tempo e que as curvas deslocam para menores valores de  $E(T, t)$  com o aumento da temperatura. Para relacionar esta propriedade em diferentes temperaturas, é comum na bibliografia (PARK, 2000; O'BRIEN *et al.*, 2001; POOLER, 2001; BRINSON E BRINSON, 2008; LAKES, 2004) o uso de uma “curva máster” em uma dada

temperatura, que pode ser usada como referência para prever comportamentos em outras temperaturas.

Segundo Brinson e Brinson (2008), a relação entre o módulo de relaxação  $E(T, t)$ , numa temperatura  $T$  qualquer, e o módulo de relaxação  $E(T_0, t)$ , definido em uma temperatura de referência  $T_0$ , pode ser posta como

$$E(T, t') = E(T_0, t / \alpha_T(T, T_0)), \quad (11)$$

onde  $\alpha_T(T, T_0)$  é denominado de fator de deslocamento para temperatura. Esse fator pode ser determinado tomando a relação entre o tempo de relaxação numa temperatura  $T$ ,  $\tau(T)$ , e o tempo de relaxação numa temperatura  $T_0$ ,  $\tau(T_0)$ , na forma

$$\alpha_T(T, T_0) = \frac{\tau(T)}{\tau(T_0)}. \quad (12)$$

Esse valor fornece uma medida de quanto a curva  $E(T, t)$  se desloca ao longo do eixo  $t$  partir da curva  $E(T_0, t)$ , definida na temperatura de referência. A esse princípio é dado o nome de princípio da superposição tempo-temperatura (PSTT) e, quando for aplicável para um dado material, este é dito termorreologicamente simples.

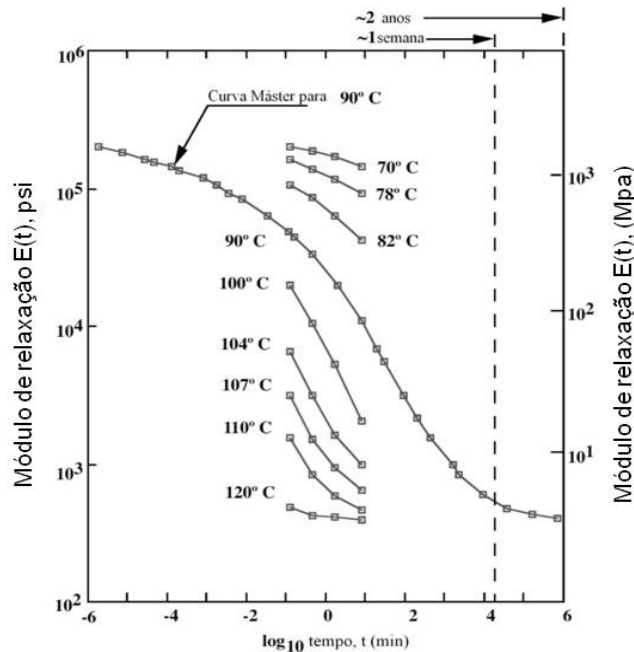


Figura 7: Curva máster de um epóxi modificado.  
Fonte: Adaptado de Brinson e Brinson (2008).



### 2.5.1 Modelos Para o Fator de Deslocamento Devido à Influência da Temperatura

Alguns modelos teóricos do efeito da temperatura no comportamento de polímeros no domínio do tempo são baseados no conceito de volume livre. O volume livre é definido como aquele volume constituído pelos espaços vazios não preenchidos pelas moléculas de um fluido. Segundo Doolittle e Doolittle (1957), a viscosidade  $\eta$  depende da distribuição dos espaços vazios no fluido e pode ser dada por

$$\eta = Ae^{B\left(\frac{V_\phi}{V_f}\right)} = Ae^{B\left(\frac{V-V_f}{V_f}\right)} = Ae^{B\left(\frac{1}{f}-1\right)}, \quad (13)$$

onde  $A$  e  $B$  são constantes empíricas características do fluido,  $V_\phi$  é o volume ocupado pelas moléculas do fluido e  $V_f$  é o volume livre. Dessa forma, o volume total do fluido é  $V = V_f + V_\phi$  e a fração de volume livre dada por  $f = V_f / V$ . Uma ilustração desses conceitos pode ser visualizada na Figura 8.

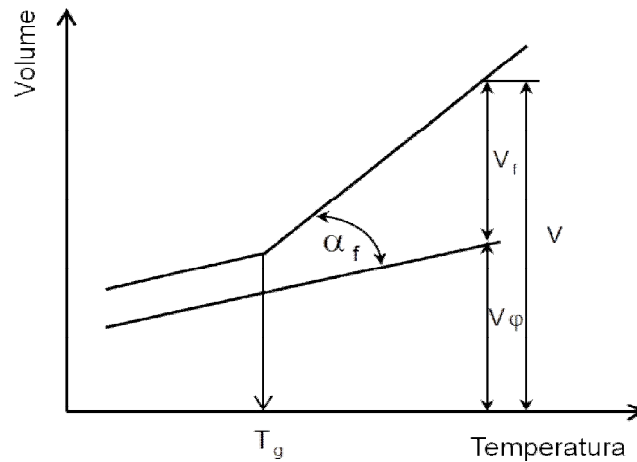


Figura 8: Diagrama volume-temperatura  
Fonte: Adaptado de Tschoegl *et al.* (2002).

A Eq. (13) é válida apenas para líquidos compostos de pequenas moléculas. Williams *et al.* (1955) adapta seu uso para polímeros e relaciona as viscosidades com os tempos de relaxação, na forma

$$\frac{\eta(T)}{\eta(T_0)} = \frac{\tau(T)}{\tau(T_0)} = e^{B\left[\frac{1}{f} - \frac{1}{f_0}\right]}, \quad (14)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade, B uma constante empírica do material e  $\tau(T)$  e  $\tau(T_0)$  são os tempo de relaxação nas temperaturas, T e  $T_0$ , respectivamente.

Recorrendo a essa proporcionalidade, o fator de deslocamento de temperatura  $\alpha_T(T, T_0)$ , Eq. (12), pode ser reescrito como

$$\alpha_T(T, T_0) = \frac{\tau(T)}{\tau(T_0)} = e^{B\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{f_0}\right)}. \quad (15)$$

onde  $f_0$  é a fração de volume livre na temperatura  $T_0$ . Tomando o logaritmo de base 10 desta equação, tem-se

$$\log \alpha_T = (\log e) B \left[ \frac{1}{f} - \frac{1}{f_0} \right] \quad (16)$$

ou

$$\log \alpha_T = \frac{B}{2,303} \left[ \frac{1}{f} - \frac{1}{f_0} \right]. \quad (17)$$

A Eq. (17) serve de base para o desenvolvimento das funções de deslocamento de temperatura apoiadas no conceito de volume livre.

#### 2.5.1.1 Modelo de Williams-Landel-Ferry (WLF)

Williams *et al.* (1955) modela o efeito da temperatura sobre o comportamento mecânico de polímeros amorfos considerando que a fração de volume livre ( $f$ ) varia linearmente com a temperatura. Ou seja

$$f = f_0 + \alpha_f (T - T_0), \quad (18)$$

onde  $\alpha_f$  é o coeficiente de expansividade da fração de volume. Assim, com base nas Eqs. (17) e (18), tem-se

$$\log \alpha_T = - \frac{\left[ \frac{B}{(2,303 f_0)} \right] (T - T_0)}{\frac{f_0}{\alpha_f} + T - T_0}. \quad (19)$$

Escrevendo esta expressão em forma mais compacta, tem-se

$$\log \alpha_T = -\frac{C_1^T (T - T_0)}{C_2^T + (T - T_0)}, \quad (20)$$

onde

$$C_1^T = B / (2,303 f_0) \quad (21)$$

e

$$C_2^T = f_0 / \alpha_f. \quad (22)$$

A Eq. (20) é denominada equação WLF, pois foi desenvolvida pelos pesquisadores Malcolm L. Williams, Robert F. Landel e John D. Ferry.

#### 2.5.1.2 Modelo de Bestul-Chang

Bestul e Chang<sup>1</sup>(1964 *apud* Tschoegl *et al.*, 2002) modela o efeito da temperatura considerando preferencialmente a configuração de entropia, ao invés do volume livre. Tendo como base a Eq. (17), esses autores propõem uma equação logarítmica que rege o fator de deslocamento na forma

$$\log \alpha_T = \frac{B_{BC}}{2,303} \left[ \frac{1}{S_C(T)} - \frac{1}{S_C(T_g)} \right], \quad (23)$$

onde  $B_{BC}$  é uma constante empírica do material e  $S_C(T)$  e  $S_C(T_g)$  são os valores de entropia do polímero acima da temperatura de transição vítrea e na temperatura de transição vítrea, respectivamente. Os autores calculam as entropias e chegam a um modelo para o fator de deslocamento conforme

$$\log \alpha_T = -\frac{\left\{ \frac{B_{BC}}{2,303 S_C(T_g)} \right\} \ln(T / T_g)}{S_C(T_g) / \Delta C_p + \ln(T / T_g)}, \quad (24)$$

onde  $\Delta C_p$  é a diferença entre os calores específicos na região de comportamento borrachoso e de transição vítrea, respectivamente.

---

<sup>1</sup> BESTUL, G.; CHANG, S. S. On the temperature dependence of cooperative relaxation properties in glass-forming liquids. **The Journal of Chemical Physics**. vol. 40, p. 3731-3733. 1964.

Para valores bem próximos da unidade, a aproximação  $\ln x \simeq x - 1$  é válida. Assim, Tschoegl *et al.* (2002) fazem  $\ln(T/T_g) \simeq (T - T_g)/T_g$ . Com isso, tem-se a Eq. (24) reduzida para a forma WLF, com

$$C_1^T = \frac{B_{BC}}{2,303S_C(T)} \quad (25)$$

e

$$C_2^T = \frac{T_g S_C(T_g)}{\Delta C_p}. \quad (26)$$

### 2.5.1.3 Modelo de Goldstein

Segundo Goldstein (1963), a entalpia é a variável que mais influencia o comportamento mecânico do MVE na região próxima da transição vítrea. Nesse caso, ao invés de considerar a fração de volume, o autor propõe o uso da entalpia para o cálculo do fator de deslocamento. Assim, o autor reescreve a Eq. (17) da seguinte forma:

$$\log \alpha_T = \frac{B_{GS}}{2,303} \left[ \frac{1}{H(T)} - \frac{1}{H(T_g)} \right]. \quad (27)$$

Nesse caso,  $B_{GS}$  é uma constante empírica do material e  $H(T)$  e  $H(T_g)$  são as entalpias do polímero em uma temperatura  $T$  acima da temperatura de transição vítrea  $T_g$  e na temperatura  $T_g$ , respectivamente. Conforme o autor, calculando as entalpias e relacionando-as com a Eq. (27), tem-se o fator de deslocamento escrito na forma WLF, porém com

$$C_1^T = \frac{B_{GS}}{2,303H(T_g)} \quad (28)$$

e

$$C_2^T = \frac{H(T_g)}{\Delta C_p}, \quad (29)$$

onde  $\Delta C_p$  é o valor da diferença entre os calores específicos na região acima da e na temperatura de transição vítrea, respectivamente.

#### 2.5.1.4 Modelo de Arrhenius

Segundo Rudin (1982) e Chanda e Roy (2006), a viscosidade em polímeros, dependente da temperatura, pode ser expressa pelo modelo de Arrhenius, conforme

$$\eta = K e^{\frac{\Delta g_a}{RT}}, \quad (30)$$

onde  $\Delta g_a$  é a energia de ativação envolvida no processo de relaxação,  $R$  é a constante universal dos gases e  $K$  é uma constante empírica.

Calculando a viscosidade do polímero em uma temperatura  $T$  qualquer,  $\eta(T)$ , e a viscosidade na temperatura de referência  $T_0$ ,  $\eta(T_0)$ , tem-se

$$\frac{\eta(T)}{\eta(T_0)} = e^{\frac{\Delta g_a}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)} = \alpha_T. \quad (31)$$

Em escala logarítmica,

$$\log \alpha_T = \frac{\Delta g_a}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right). \quad (32)$$

Segundo Kaliappan (2006), a Eq. (32) pode prever com sucesso o comportamento de polímeros abaixo da temperatura de transição vítrea. Colocando-a em forma mais compacta, tem-se

$$\log \alpha_T = C_A^T \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right), \quad (33)$$

onde

$$C_A^T = \frac{\Delta g_a}{R}. \quad (34)$$

A expressão anterior é denominada equação de Arrhenius, pois foi desenvolvida pelo pesquisador sueco Svante Arrhenius (1859 – 1927).

#### 2.5.1.5 Avaliação dos fatores de deslocamento em temperatura

Analisando os modelos descritos anteriormente, observa-se que quase todos podem ser representados pela equação WLF. Assim, no corrente trabalho, ao considerar a influência da temperatura no MVE é utilizada a equação WLF como modelo matemático para descrever o fator de deslocamento para temperatura.

## 2.6 EFEITO DA PRESSÃO NOS POLÍMEROS

Análogo ao que ocorre quando há variação de temperatura, quando há aumento ou diminuição de pressão em um polímero, esse pode ficar mais rígido ou maleável. Matematicamente, isso é traduzido por uma alteração do módulo de relaxação do polímero, em consequência da pressão sobre ele aplicada. Uma relação entre o módulo de relaxação  $E(P, t)$ , obtido em uma pressão  $P$  qualquer, e o módulo de relaxação  $E(P_0, t / \alpha_P(P, P_0))$ , definido em uma pressão de referência  $P_0$ , pode ser enunciada, de forma que

$$E(P, t) = E(P_0, t / \alpha_P(P, P_0)), \quad (35)$$

onde  $\alpha_P(P, P_0)$  é denominado fator de deslocamento para pressão e corresponde ao quanto a curva  $E(P, t)$  se desloca, na variável tempo, a partir da pressão de referência (FILLERS e TSCHOEGL, 1977). Por exemplo, conhecendo apenas uma curva, qual seja, a curva relacionada à pressão de referência  $P_0 = 0,1 \text{ MPa}$ , outras duas curvas podem ser previstas, caso se conheça o fator de deslocamento para pressão correspondente (Figura 9).

Moonan e Tschoegl (1983) demonstram experimentalmente a viabilidade do princípio da superposição tempo-pressão (PSTP). Segundo os autores, para um material piezoreologicamente simples, a equação a seguir é válida para todos os tempos de relaxação:

$$\frac{\tau_i(P)}{\tau_i(P_0)} = \alpha_P. \quad (36)$$

Nesse caso,  $\tau_i(P)$  é o  $i$ -ésimo tempo de relaxação, obtido para uma pressão média  $P$ , e  $\tau_i(P_0)$  é o mesmo tempo de relaxação, mas obtido em uma pressão de referência  $P_0$ .

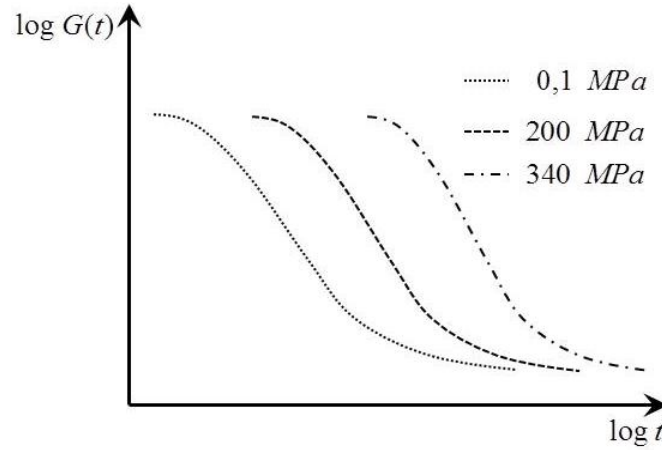


Figura 9: Efeito da pressão no módulo de relaxação ao cisalhamento.

Fonte: Adaptado de Tschoegl *et al.*, 2002.

### 2.6.1 Modelos de Fator de Deslocamento Devido à Influência da Pressão

Conforme Ferry (1980), à medida que se aumenta a pressão num líquido comum, tem-se também um aumento na viscosidade. Esse comportamento pode ser entendido em termos da mobilidade molecular e da fração de volume livre, que decrescem linearmente com a pressão. Nessas condições

$$f = f(P) = f_0 - k_f(P - P_0), \quad (37)$$

onde  $k_f$  é um coeficiente de compressibilidade,  $P$  é a pressão de teste e  $P_0$  é a pressão de referência.

De forma similar ao procedimento apresentado no item 2.5.1, tendo como base a Eq. (17), reescreve-se o fator de deslocamento baseado na fração de volume, como função da pressão, de acordo com a expressão

$$\log \alpha_P = \frac{B}{2,303} \left[ \frac{1}{f(P)} - \frac{1}{f_0(P)} \right]. \quad (38)$$

Esta equação serve de base para o desenvolvimento do modelo proposto por Ferry e Straton (1960), o qual considera a influência da pressão no material.

### 2.6.1.1 Modelo Ferry-Straton

Ferry e Straton (1960) se baseiam na Eq. (38) para desenvolver um modelo (denotado como modelo FS) propondo que o fator de deslocamento para a pressão possa ser posto em formato similar ao modelo WLF (Eq. (20)) para temperatura. Assim,

$$\log \alpha_P = -\frac{C_1^P(P_0 - P)}{C_2^P + P_0 - P}, \quad (39)$$

onde  $C_1^P$  e  $C_2^P$  são constantes características do material e  $P_0$  é a pressão de referência.

### 2.6.1.2 Modelo O'Reilly

O'Reilly (1962) estuda o efeito da pressão no comportamento do polivinil acetato na região da temperatura de transição vítrea,  $T_g$ , através de técnicas de medição dielétricas e volumétricas. Com isso, desenvolvem um fator de deslocamento considerando o efeito da pressão,  $\alpha_P$ , que é expresso por uma relação entre uma constante característica do material e a pressão aplicada ao mesmo. O modelo denotado como OR, desenvolvido por O'Reilly (1962), propõe um fator de deslocamento para a pressão na forma

$$\log \alpha_P = C^P (P - P_0), \quad (40)$$

onde  $\alpha_P$  denota a relação entre os tempos de relaxação submetidos a pressões  $P$  e  $P_0$ , sendo esta última um valor de pressão de referência, e  $C^P$  uma constante característica do material.

Assim, ao caracterizar um MVE considerando apenas o efeito da pressão, o corrente trabalho utiliza os modelos Ferry Straton e O'Reilly.

## 2.7 EFEITO DA PRESSÃO E DA TEMPERATURA NOS POLÍMEROS

Moonan e Tschoegl (1983) utilizaram um aparelho para investigar a influência da temperatura e da pressão média nas propriedades mecânicas dos materiais poliméricos dependentes do tempo. Com isso, desenvolveram uma



equação para  $\log \alpha_{T,P}$ , que descreve a dependência simultânea da pressão e da temperatura, semelhantemente ao PSTT, que está associado ao deslocamento horizontal na curva módulo de relaxação versus tempo, tendo em vista a variável específica da temperatura. O fator  $\alpha_{T,P}$  é chamado de fator de deslocamento para temperatura-pressão e, segundo os autores, pode ser escrito como

$$\log \alpha_{T,P} = -\frac{C_1^{T,P} [T - T_0 - \theta(P)]}{C_2^{T,P} + T - T_0 - \theta(P)}, \quad (41)$$

onde

$$\theta(P) = C_3^{T,P} \ln \left[ \frac{1 + C_4^{T,P} P}{1 + C_4^{T,P} P_0} \right] - C_5^{T,P} \ln \left[ \frac{1 + C_6^{T,P} P}{1 + C_6^{T,P} P_0} \right]. \quad (42)$$

Nesse caso,  $C_1^{T,P}$ ,  $C_2^{T,P}$ ,  $C_3^{T,P}$ ,  $C_4^{T,P}$ ,  $C_5^{T,P}$  e  $C_6^{T,P}$  são constantes empíricas. Esse modelo é denominado aqui FMT, em virtude de ter sido desenvolvido pelos pesquisadores R. W. Fillers, W. K. Moonam e N. W. Tschoegl.

Segundo Sharpe (2008), esse fenômeno é dito Princípio da Superposição Tempo-Temperatura-Pressão (PSTTP) e pode ser aplicado para materiais termopiezoreologicamente simples.

## 2.8 MODELOS MATEMÁTICOS PARA MVEs

Para representar as funções módulo de relaxação, definidas em forma genérica anteriormente, existem alguns modelos reológicos de viscoelasticidade linear. Esses modelos consistem de combinações de molas e amortecedores, onde a mola representa a parte elástica do comportamento e o amortecedor a parte viscosa.

Objetivando descrever o comportamento mecânico dos MVEs, vários autores, tais como Welch *et al.* (1999), O'Brien *et al.* (2001) e Jrad *et al.* (2013), fazem uso desses modelos, associando-os em série, paralelo e série-paralelo. Dessas associações, surgem diversas equações constitutivas, que podem ser escritas envolvendo modelos com derivadas de ordem inteira ou fracionária.

Para ilustrar tal idéia têm-se, na Figura 10, alguns modelos reológicos fundamentais. Nesse caso,  $d^\alpha(.) / dt^\alpha$  representa um operador diferencial de ordem fracionária  $\alpha$ , enquanto  $d^0(.) / dt^0$  e  $d^1(.) / dt^1$  representam operadores diferenciais de

ordem inteira (zero e um, respectivamente). De tal modo, qualquer associação envolvendo mola e amortecedor viscoso gera modelos de derivadas inteiras. Por outro lado, qualquer associação que envolva amortecedor fracionário tem-se modelos de derivadas fracionárias.

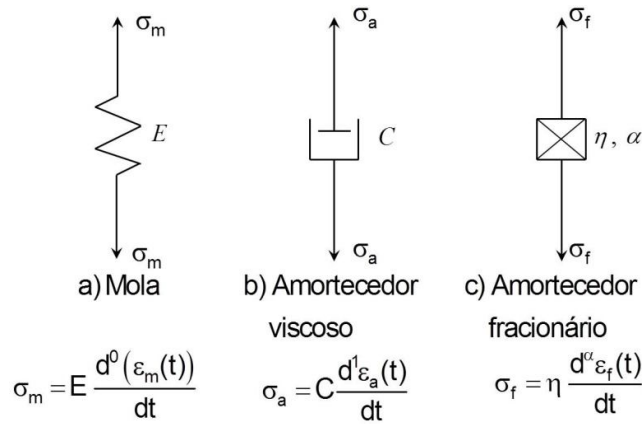


Figura 10: Elementos reológicos físicos de viscoelasticidade.

Segundo Mainardi (2010), as relações constitutivas tensão-deformação para os elementos mola, amortecedor viscoso e amortecedor fracionário podem ser descritas segundo modelos lineares, conforme, respectivamente

$$\sigma_m(t) = E \varepsilon_m(t), \quad (43)$$

$$\sigma_a(t) = C \frac{d\varepsilon_a(t)}{dt} = C \dot{\varepsilon}_a(t) \quad (44)$$

e

$$\sigma_f(t) = \eta \frac{d^\alpha \varepsilon_f(t)}{dt}, \quad (45)$$

onde  $E$  representa a constante elástica da mola,  $C$  o coeficiente de amortecimento viscoso do amortecedor e  $\eta$  o coeficiente de amortecimento no elemento fracionário.

### 2.8.1 Modelos Baseados em Derivadas de Ordem Inteira

Esses modelos buscam descrever a relação tensão-deformação em MVEs através de derivadas de ordem inteira. Para tanto, molas e amortecedores viscosos

são associados em paralelo (modelo de Voigt), série (modelo de Maxwell), mola em paralelo com modelo de Maxwell (modelo sólido linear padrão), entre outras formas de associação. Aqui, é feita uma breve descrição sobre esses modelos, com uma atenção mais especial dada ao modelo de Maxwell, tendo em vista que ele é utilizado para modelar o comportamento dos materiais em estudo.

#### 2.8.1.1 Modelo de Voigt

Este modelo consiste em um sistema mola e amortecedor viscoso conectados em paralelo (FERRY, 1980), como mostrado na Figura 11. Como os dois componentes do modelo estão em paralelo, a deformação em cada um é a mesma, ou seja

$$\varepsilon_{\text{total}}(t) = \varepsilon_a(t) = \varepsilon_m(t), \quad (46)$$

onde  $\varepsilon_a(t)$  e  $\varepsilon_m(t)$  são as deformações no amortecedor e na mola, respectivamente. Similarmente, a tensão total será a soma da tensão em cada componente, assim

$$\sigma_{\text{total}}(t) = \sigma_a(t) + \sigma_m(t). \quad (47)$$

A partir das Eqs. (43) e (44), é obtida, para este modelo, a relação tensão-deformação no domínio do tempo

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + C \frac{d\varepsilon(t)}{dt}, \quad (48)$$

onde  $E$  é a constante de rigidez elástica e  $C$  é coeficiente do amortecedor viscoso do modelo.

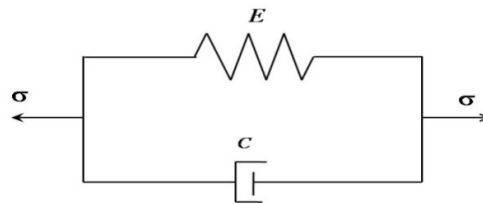


Figura 11: Ilustração do modelo constitutivo de Voigt.

#### 2.8.1.2 Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell é constituído por uma mola linear ligada em série a um amortecedor viscoso (Figura 12).

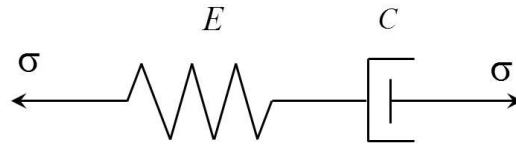


Figura 12: Ilustração do modelo constitutivo de Maxwell.

A equação que relaciona tensão e deformação para esse modelo pode ser obtida aplicando uma tensão nas extremidades do elemento composto. Essa tensão tem o mesmo valor na mola ( $\sigma_m$ ) e no amortecedor ( $\sigma_a$ ), ou seja,

$$\sigma(t) = \sigma_m(t) = \sigma_a(t). \quad (49)$$

Por sua vez, a deformação total no elemento de Maxwell é

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \varepsilon_a(t), \quad (50)$$

onde  $\varepsilon_m(t)$  é a deformação na mola e  $\varepsilon_a(t)$  é a deformação no amortecedor.

Utilizando as Eqs. (43), (44), (49) e (50), obtém-se a equação diferencial que relaciona o histórico de tensão  $\sigma(t)$  e de deformação  $\varepsilon(t)$  para o modelo de Maxwell, na forma

$$\sigma(t) + \frac{C}{E} \dot{\sigma}(t) = C \dot{\varepsilon}(t). \quad (51)$$

Se esse modelo é subitamente submetido a uma deformação constante  $\varepsilon_0$ , no tempo  $t = 0$ , para o qual a tensão inicial é  $\sigma_0$ , a resposta da tensão, considerando essas condições iniciais, pode ser obtida integrando a Eq. (51), resultando em

$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-E t / C} = E \varepsilon_0 e^{-E t / C}. \quad (52)$$

Nesse caso, nota-se que a taxa de tensão é

$$\dot{\sigma}(t) = -\left(\frac{\sigma_0 E}{C}\right) e^{-E t / C}. \quad (53)$$

Assim, a taxa inicial de tensão no instante  $t = 0$  é  $\dot{\sigma}(0) = -(\sigma_0 E / C)$ .

Se a tensão diminuísse continuamente nessa taxa inicial, a equação de relaxação teria a forma

$$\sigma(t) = -\left(\frac{\sigma_0 E}{C}\right)t + \sigma_0 \quad (54)$$

e a tensão seria zero no tempo  $\tau = C/E$ . Esse tempo é denominado tempo de relaxação do modelo de Maxwell e caracteriza uma das importantes propriedades viscoelásticas do material. Substituindo-o na Eq. (52), tem-se que

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 E e^{-t/\tau}. \quad (55)$$

Dividindo ambos os membros da Eq. (55) pelo valor da deformação aplicada  $\varepsilon_0$ , obtém-se a função módulo de relaxação  $E(t)$  do material, dada por

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = E e^{-t/\tau}. \quad (56)$$

O comportamento de relaxação para esse modelo pode ser visualizado na Figura 13.

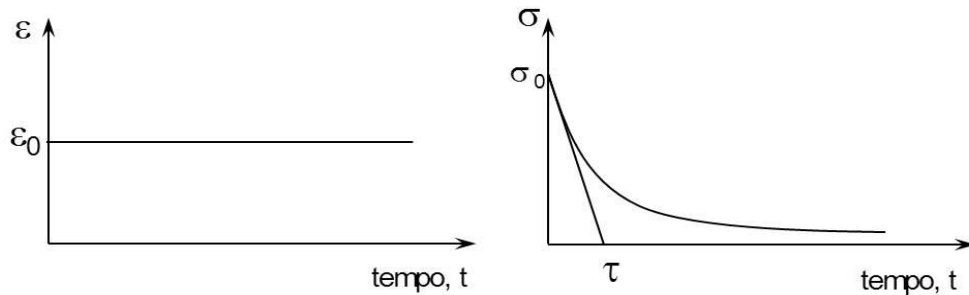


Figura 13: Relaxação do material para o modelo de Maxwell.

### 2.8.1.3 Modelo Sólido Linear Padrão

Fazendo uma combinação de uma mola em paralelo com um elemento de Maxwell, tem-se o modelo sólido linear padrão, conforme se ilustra na Figura 14.

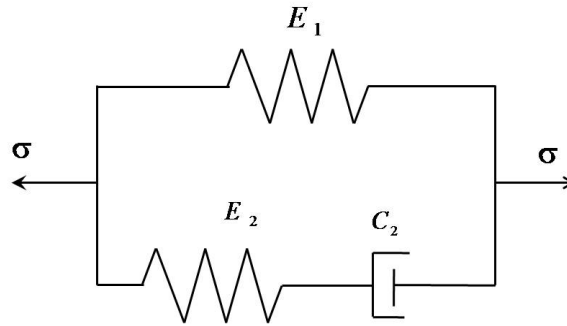


Figura 14: Ilustração do modelo constitutivo sólido linear padrão.

Neste modelo, a tensão  $\sigma(t)$  é decomposta na tensão  $\sigma_1(t)$ , que é relacionada com a mola  $E_1$ , e na tensão  $\sigma_2(t)$ , que é relacionada com o elemento de Maxwell. Ou seja,

$$\sigma(t) = \sigma_1(t) + \sigma_2(t). \quad (57)$$

A deformação que ocorre no elemento de Maxwell é a mesma que ocorre na mola em paralelo, podendo assim ser definida uma deformação total  $\varepsilon$ .

Conforme visto anteriormente, a equação que governa o modelo de Maxwell é

$$\frac{\sigma_2(t)}{C_2} + \frac{1}{E_2} \dot{\sigma}_2(t) = \dot{\varepsilon}(t). \quad (58)$$

Usando as Eqs. (57), (58) e a relação  $\sigma_1(t) = E_1 \varepsilon(t)$  a equação que governa a tensão no modelo sólido linear padrão pode ser obtida como

$$\sigma(t) + \frac{C_2}{E_2} \left[ \frac{d\sigma(t)}{dt} \right] = E_1 \varepsilon(t) + C_2 \left( \frac{E_1}{E_2} + 1 \right) \frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \quad (59)$$

Através deste modelo, não é possível caracterizar com boa precisão o comportamento de MVEs. Para tal fim, associam-se, junto ao elemento mola, vários elementos de Maxwell em paralelo, o que é abordado na sequência.

#### 2.8.1.4 Modelo Generalizado de Maxwell

Considerando inicialmente dois elementos de Maxwell em paralelo (Figura 15), tem-se que as equações cinemáticas de equilíbrio são

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) = \varepsilon_2(t) \quad (60)$$

e

$$\sigma(t) = \sigma_1(t) + \sigma_2(t), \quad (61)$$

onde  $\varepsilon_i(t)$  e  $\sigma_i(t)$ , com  $i=1$  a  $2$ , são, respectivamente, as deformações e as tensões em cada elemento.

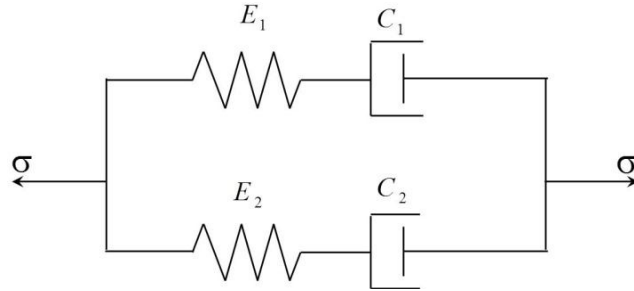


Figura 15: Ilustração de dois elementos de Maxwell em paralelo.

As equações constitutivas para cada elemento de Maxwell são dadas pela Eq. (51) e abaixo são explicitadas como

$$\sigma_1 + \frac{C_1}{E_1} \dot{\sigma}_1 = C_1 \dot{\varepsilon}_1 \quad (62)$$

e

$$\sigma_2 + \frac{C_2}{E_2} \dot{\sigma}_2 = C_2 \dot{\varepsilon}_2 \quad (63)$$

Considerando o caso de relaxação de tensão no qual uma deformação constante  $\varepsilon_0$  é aplicada no tempo  $t = 0$ , o histórico de deformações pode ser posto como

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H(t), \quad (64)$$

onde  $H(t)$  é conhecida como função Heavyside, definida anteriormente. Com isso, as soluções das Eqs. (62) e (63) são dadas por

$$\sigma_1(t) = \varepsilon_0 E_1 e^{-t/\tau_1} \quad (65)$$

e

$$\sigma_2(t) = \varepsilon_0 E_2 e^{-t/\tau_2}. \quad (66)$$

Esses resultados também podem ser obtidos como exposto na seção 2.8.1.2.

Da equação de equilíbrio (Eq. (61)), a solução para a tensão total no sistema é simplesmente a soma da tensão em cada elemento, resultando em

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \left( E_1 e^{-t/\tau_1} + E_2 e^{-t/\tau_2} \right). \quad (67)$$

Em geral, é difícil representar o comportamento de um polímero com apenas dois elementos em paralelo. Em vez disso, um número maior ou igual a 4 elementos pode ser necessária. Um modelo com muitos elementos de Maxwell é denominado *Modelo Generalizado de Maxwell* (Figura 16).

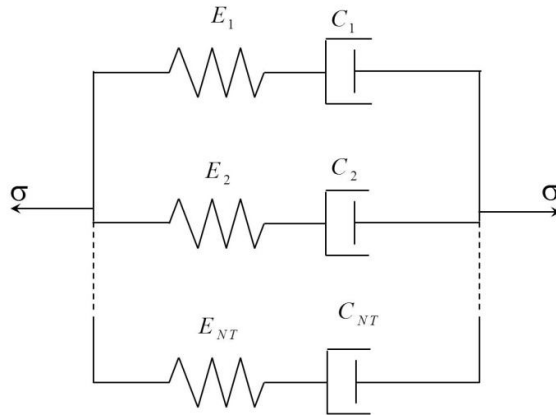


Figura 16: Representação física do modelo generalizado de Maxwell.

Considerando um modelo generalizado com  $NT$  elementos de Maxwell, a solução para a tensão total no sistema pode ser representado por

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \left( E_1 e^{-t/\tau_1} + E_2 e^{-t/\tau_2} + \dots + E_{NT} e^{-t/\tau_{NT}} \right), \quad (68)$$

ou, em formato de somatório, como

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 \sum_{i=1}^{NT} E_i e^{-t/\tau_i}. \quad (69)$$



Com isso, a função do módulo de relaxação do MVE, considerando um modelo generalizado de Maxwell, pode ser escrita como

$$E(t) = \sum_{i=1}^{NT} E_i e^{-t/\tau_i}. \quad (70)$$

Este tipo de representação é chamado de **série de Prony** e tal expansão exponencial é frequentemente usada para descrever o módulo de relaxação de MVEs.

Como discutido por Brinson e Brinson (2008), o modelo generalizado mostrado acima é usado somente para representar materiais termoplásticos. Com o objetivo de representar materiais termofixos uma mola linear é incluída em paralelo, resultando num modelo conhecido como **modelo de Wiechert** (Figura 17).

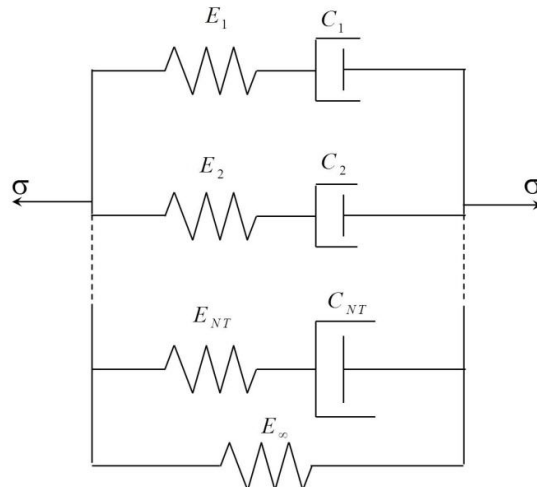


Figura 17: Representação física do modelo de Wiechert.

Nesse caso, a solução para a tensão de relaxação e o módulo de relaxação no domínio do tempo, respectivamente, se tornam

$$\sigma(t) = E_{\infty} \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \sum_{i=1}^{NT} \left( E_i e^{-t/\tau_i} \right) \quad (71)$$

e

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{i=1}^{NT} E_i e^{-t/\tau_i}, \quad (72)$$

onde  $E_{\infty}$  é uma constante denominada módulo de equilíbrio, que representa o valor do módulo de relaxação quando  $t \rightarrow \infty$ . Note-se que o modelo de Wiechert contém uma série de Prony.

Segundo Brinson e Brinson (2008), a Eq. (72) (denotado aqui como modelo de Wiechert) e a Eq. (70) podem ser incrementadas adicionando as influências da temperatura e/ou da pressão conforme

$$E(t) = E_{\infty} + \sum_{i=1}^{NT} E_i e^{-t/\alpha \tau_i}. \quad (73)$$

O valor  $\alpha$  dependerá da influência estudada, podendo ser  $\alpha_T$ ,  $\alpha_P$ ,  $\alpha_{T,P}$  ou mesmo unitário para um módulo de relaxação que depende da temperatura, da pressão, da temperatura e da pressão ou não levar em conta essas dependências, respectivamente.

### 2.8.2 Modelos Baseados em Derivadas Fracionárias

Num esforço de escrever a relação constitutiva para descrever o comportamento mecânico de MVEs no domínio da frequência, alguns autores, como Welch *et al.* (1999), Park (2000) e Costa e Ribeiro (2000), utilizam o modelo fracionário sólido linear padrão (ou modelo de Zener fracionário), visualizado na Figura 18. Esse modelo é descrito por

$$\sigma(t) + \frac{C_2}{E_2} \frac{d^\alpha \sigma(t)}{dt^\alpha} = E_1 \varepsilon(t) + C_2 \left( \frac{E_1}{E_2} + 1 \right) \frac{d^\alpha \varepsilon(t)}{dt^\alpha}, \quad (74)$$

onde  $C_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  e  $\alpha$  são parâmetros característicos do modelo.

Aplicando a transformada de Fourier a todos os termos da Eq. (74), tem-se

$$\sigma(\Omega) + \frac{C_2}{E_2} (i\Omega)^\alpha \sigma(\Omega) = E_1 \varepsilon(\Omega) + C_2 \left( \frac{E_1}{E_2} + 1 \right) (i\Omega)^\alpha \varepsilon(\Omega), \quad (75)$$

onde  $\Omega$  é a variável de frequência.

Fazendo um rearranjo nesta equação, pode-se definir o módulo de elasticidade complexo  $E_c(\Omega)$  como

$$E_c(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{E_1 + C_2 \left( \frac{E_1}{E_2} + 1 \right) (i\Omega)^\alpha}{1 + \frac{C_2}{E_2} (i\Omega)^\alpha}, \quad (76)$$

que é um modelo de derivada fracionária, complexo, com quatro parâmetros e dependente da frequência  $\Omega$ .

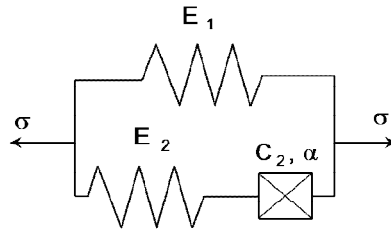


Figura 18: Ilustração do modelo de Zener fracionário.

Por outro lado, para descrever o comportamento de MVEs no domínio do tempo, alguns autores, como Yin e Zhu (2006), Moschen (2006) e Ávila (2010), tem usado uma equação constitutiva para o modelo de Maxwell fracionário na forma

$$\sigma(t) + \frac{C}{E} \frac{d^\alpha \sigma}{dt^\alpha} = C \frac{d^\alpha \varepsilon}{dt^\alpha}, \quad (77)$$

onde  $C$  é a constante de amortecimento,  $E$  a constante de mola e  $\alpha$  é uma constante de ordem fracionária, assumindo valores no intervalo  $0 < \alpha < 1$ . O desenvolvimento das Eqs. (74) e (77) recaem em funções específicas como, por exemplo, a função de Mittag-Leffler (MAINARDI, 2010). Este trabalho não aborda em seu escopo modelos que recaem em derivadas de ordem fracionária.



Figura 19: Ilustração do modelo constitutivo de Maxwell fracionário.

## 2.9 OTIMIZAÇÃO

### 2.9.1 Conceitos

Otimização é um processo racional e iterativo que busca o projeto ótimo para uma determinada função objetivo, a qual é limitada por um conjunto de restrições. Não há um método único disponível que resolva todos os problemas de otimização eficientemente e, por isso, certa quantidade de métodos tem sido desenvolvida para resolver diferentes tipos de problemas. Os métodos para solução

de problemas de otimização podem ser divididos em dois grupos: os métodos determinísticos e os métodos estocásticos.

Métodos determinísticos são, em geral, baseados nos cálculos de derivadas de primeira e/ou segunda ordem ou de uma aproximação dessas derivadas. Por outro lado, métodos baseados nos algoritmos estocásticos introduzem no processo de otimização dados e parâmetros randômicos resolvendo o problema de um ponto de vista probabilístico.

Segundo Arora (2004), um problema de otimização típico pode ser representado na forma padrão:

$$\text{Encontrar } \mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_{nvars}), \quad (78)$$

tal que minimize uma função  $f(\mathbf{x})$ , sujeita à  $m$  restrições de igualdade

$$h_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (\text{para } i = 1, \dots, m) \quad (79)$$

e a  $p$  restrições de desigualdade

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (\text{para } j = 1, \dots, p). \quad (80)$$

A variável  $\mathbf{x}$ , de dimensão  $nvars$ , é denominada de vetor de variáveis de projeto, ao passo que  $f(\mathbf{x})$  é a função objetivo,  $h_i(\mathbf{x})$  são as restrições de igualdade e  $g_j(\mathbf{x})$  são as restrições de desigualdade.

Neste trabalho, a função objetivo é dada pela norma L2 da distância entre duas funções, teórica e experimental. O intuito é de otimizar essa função que depende do vetor de projeto, contendo os valores das propriedades mecânicas do MVE de interesse. Para isso, utilizam-se técnicas de otimização, que estão incorporadas à rotina implementada no ambiente MatLab<sup>®</sup>.

A abordagem utilizada é a de otimização híbrida, que combina dois ou mais métodos de solução de problemas de otimização. Aqui, inicialmente resolve-se o problema por Algoritmos Genéticos (AGs) e, em seguida, esse resultado é melhorado por um algoritmo determinístico de Programação Não Linear (PNL). Os conceitos de AG e PNL são discutidos brevemente a seguir.

### 2.9.2 Algoritmos Genéticos

Segundo Goldberg (1989) e Arora (2004), um AG é uma técnica de busca utilizada em computação para obter soluções aproximadas em problemas de otimização. Os AGs são uma classe particular de algoritmos evolutivos que, usam estratégias inspiradas pela biologia evolutiva proposta por Charles Darwin, em especial os conceitos de hereditariedade, mutação, seleção natural e recombinação.

Para compreender o funcionamento dos AGs, faz-se necessário realizar uma analogia com a explicação sobre a evolução das espécies. Assim, um AG possui os seguintes passos básicos:

- ✓ Inicialmente, é gerada uma população formada por um conjunto aleatório de indivíduos, que podem ser vistos como possíveis soluções do problema;
- ✓ Durante o processo evolutivo, esta população é avaliada, sendo que para cada indivíduo é atribuída uma nota (denominada aptidão), que reflete sua habilidade de adaptação a um determinado ambiente;
- ✓ Uma percentagem dos indivíduos é mantida, enquanto os outros são descartados;
- ✓ Os membros mantidos pela seleção podem sofrer modificações em suas características fundamentais por meio de cruzamentos, mutações ou recombinação genética gerando descendentes para a próxima geração;
- ✓ Este processo, chamado de reprodução, é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada.

Embora possam parecer simples do ponto de vista da biologia, estes algoritmos são complexos o suficiente para fornecer poderosos e robustos mecanismos de busca.

A implementação dos AGs é feita no programa MatLab<sup>®</sup>. Dessa forma, o problema padrão, via AG, pode ser definido como

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) \\ \text{com } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{nvars} \\ \text{e} \\ \text{Restrições } \mathbf{x}_{li} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{ls}, \end{array} \right. \quad (81)$$

onde  $nvars$  é o número de variáveis de projeto, enquanto  $x_{li}$  e  $x_{ls}$  são os limites inferior e superior do vetor projeto  $\mathbf{x}$ .

### 2.9.3 Programação Não Linear

A Programação Não Linear visa encontrar o mínimo de uma função não-linear com restrições. Ela se encontra implementada no ambiente MatLab® com auxílio da função “optimset”, que cria a estrutura de otimização necessária para executar a rotina de otimização propriamente dita, `fmincon.m`. Nessa rotina, o problema padrão também pode ser definido conforme posto na Eq. (81).

## 2.10 IDENTIFICAÇÃO DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

Projetos com MVEs requerem conhecimentos de propriedades que definem seus comportamentos mecânicos. Isso tem sido o centro de estudo de muitos pesquisadores, que, ao longo dos últimos anos, publicaram vários trabalhos apresentando propostas que buscam estimar o comportamento desses materiais, alguns no domínio do tempo outros no da frequência.

Dos trabalhos encontrados na bibliografia com essa preocupação, pode ser citado, formulando o problema no domínio da frequência, Costa e Ribeiro (2011). Nele, utilizando modelo generalizado de Maxwell, é realizada uma interconversão do módulo de relaxação, escrito em termos das séries de Prony, do domínio do tempo para o da frequência, obtendo um módulo complexo onde há uma parte real representando o módulo de armazenamento e uma parte imaginária representando o módulo de perda. Com isso, utilizando técnicas de otimização, curvas teóricas, do módulo de perda e do de armazenamento, são ajustadas às curvas experimentais. Do mesmo modo, Jrad *et al.* (2013) investiga, no domínio da frequência, o comportamento da rigidez dinâmica de MVEs. Neste trabalho, são identificadas todas as constantes relacionadas às molas e amortecedores do modelo. Comparações entre valores medidos na prática e resultados via computação são realizados em algumas amostras. O modelo generalizado de Maxwell mostrou-se adequado de acordo com os resultados medidos experimentalmente.

Lopes *et al.* (2004) utiliza um modelo, baseado em cálculo fracionário para caracterizar MVEs, considerando a influência da temperatura no domínio da frequência. Nesse trabalho, são caracterizados MVEs como borracha butílica e

silicone, utilizando funções de transmissibilidade em problemas de vibrações que são obtidas experimentalmente em várias temperaturas de ensaio. Assim, a metodologia se baseia num problema inverso, usando um modelo de transmissibilidade de um sistema simples, composto com material viscoelástico como elemento resiliente, e técnicas de otimização não linear, em um ajuste global de todas as curvas, simultaneamente, onde temperatura e frequência estão presentes.

Também no domínio da frequência, Agirre e Elejabarrieta (2010) apresenta um método inverso de identificação. Fazendo uso da transformada de Laplace, um modelo fracionário é convertido do domínio do tempo para o da frequência, resultando num modelo de derivada fracionária com quatro parâmetros. Para uma determinada banda de frequência é formulado um algoritmo de otimização que minimiza o resíduo entre os vetores teóricos e os experimentais da resposta dinâmica de uma viga engastada. Dessa forma, as propriedades do material são identificadas em toda a largura de banda.

Concomitante ao desenvolvimento de técnicas baseadas no domínio da frequência, a identificação de propriedades mecânicas de MVEs no domínio do tempo tem como um dos trabalhos pioneiros o de Soussou *et al.* (1970). Nesse trabalho, o modelo teórico para tensão no MVE foi escrito utilizando séries de Prony. Faz-se a identificação dos parâmetros desconhecidos tendo como base otimização por programação quadrática. A metodologia é aplicada para identificação do material N. B. S. Polyisobutylene, com a obtenção de bons resultados.

Nessa mesma linha, Chen *et al.* (2000) apresenta uma equação para a tensão versus tempo utilizando séries de Prony e integrais hereditárias. Os autores medem experimentalmente pontos de tensão e, utilizando um método de regressão não linear ponderada, ajustam uma curva analítica variando os parâmetros da série de Prony. O método apresentado nesse artigo fornece uma boa precisão, representando satisfatoriamente a resposta do MVE para diversos tipos de carregamentos.

Mais recentemente, Pacheco *et al.* (2013) apresenta uma metodologia para a caracterização de MVEs no domínio do tempo, considerando a influência da temperatura, a partir de dados experimentais. Para tal fim, o trabalho utiliza Séries de Prony e uma técnica híbrida de otimização. O resultado final dessa

caracterização é a obtenção das constantes relacionadas a cada termo da Série de Prony.

Neste contexto, o principal objetivo deste trabalho é formular o comportamento mecânico de um MVE utilizando o módulo de relaxação constitutivo, combinado com fatores de deslocamentos que consideram as influências da temperatura, da pressão ou da temperatura e pressão simultaneamente. Para identificar o modelo formulado, é usada uma metodologia que utiliza um método híbrido de otimização, no qual um AG é empregado para aproximar um mínimo global e PNL para melhor determinar esse ponto de ótimo.



### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentam-se como MVEs disponíveis para estudo os polímeros STAMAX 30YM240 e o CYCOLAC BDT5510, ambos manufaturados pela empresa SABIC®. A metodologia proposta para identificação dos MVEs é descrita na sequência, onde são apresentados modelos tensão-deformação no domínio do tempo que consideram influências da temperatura e/ou da pressão.

#### 3.2 MATERIAIS

O material STAMAX 30YM240 é um polipropileno preenchido com 30% de fibra de vidro longa, possuindo temperatura de fusão ( $T_m$ ) na faixa entre 220°C a 280°C. Os resultados experimentais foram disponibilizados pela empresa SABIC®, sendo que os experimentos com este polímero foram realizados de acordo com a norma ISO 527/1B, em três temperaturas distintas (-35°C, 23°C e 80°C), sendo, em cada uma destas, o material sido submetido a ensaios de tração com diferentes taxas de deformação (0,0001, 0,01, 0,1 e 1 (mm/mm)/s).

O material CYCOLAC BDT5510 é polimérico, do tipo acrilonitrila butadieno estireno (ABS). Sua temperatura de fusão ( $T_m$ ) é aproximadamente 260°C. Os experimentos também foram realizados pela empresa SABIC®, conforme a norma ASTM D638, em quatro temperaturas distintas (-40°C, 23°C, 43°C e 66°C), sendo que, em cada uma, o material foi submetido a ensaios de tração com taxa fixa de deformação igual a 0,0833 (mm/mm)/s.

Os gráficos correspondentes aos dados experimentais disponíveis, que constituem curvas tensão-deformação, estão disponíveis conforme se ilustra na Figura 20 e na Figura 21. Esses dados constituem o arquivo de entrada para o processo de identificação, cujos códigos foram implementados no ambiente MatLab®.

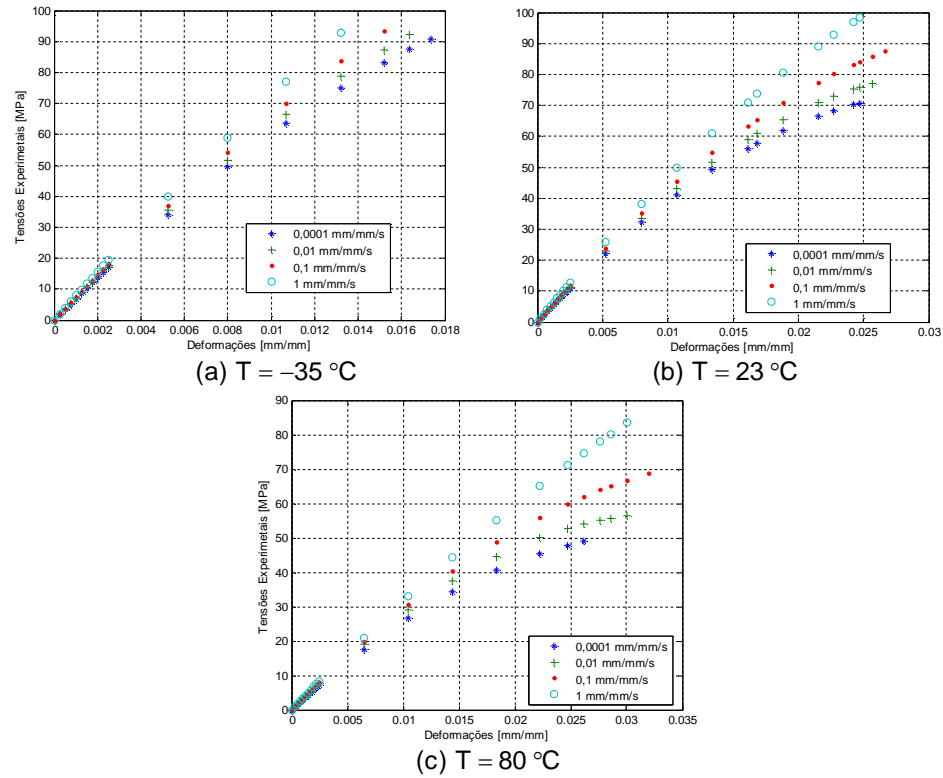


Figura 20. Dados experimentais de tensão-deformação – Material Stamax 30M240.

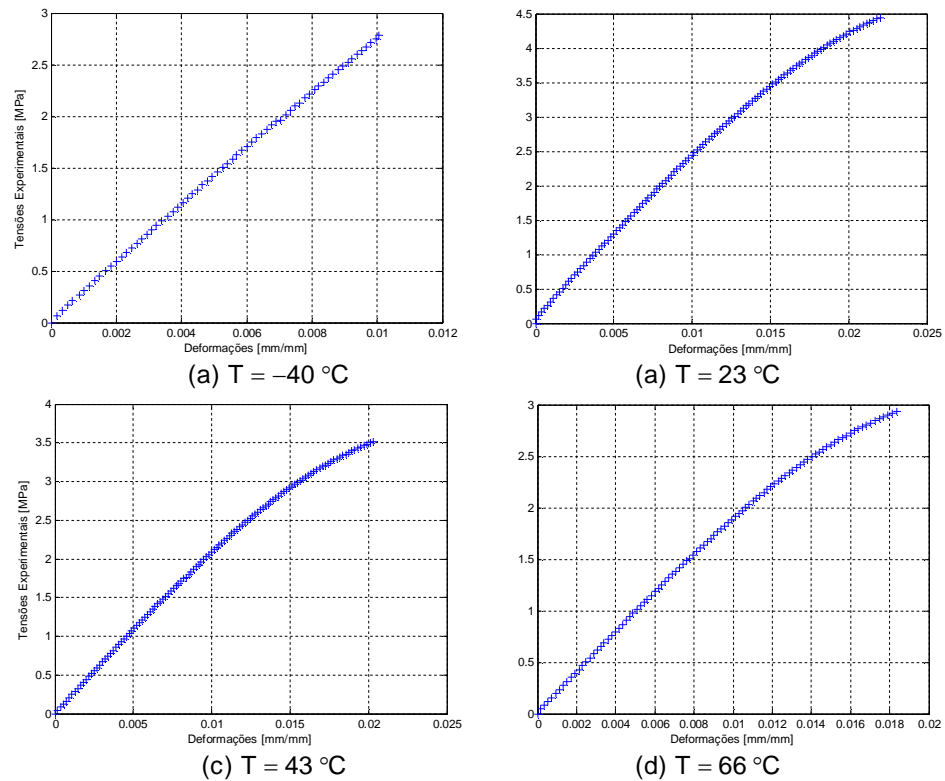


Figura 21: Dados experimentais de tensão-deformação – Material CYCOLAC BDT5510. Taxa de deformação fixa de 0,083 [mm/mm]/s.

### 3.3 METODOLOGIA

Tendo em vista os dados experimentais e a equação constitutiva de Wiechert, que modela o comportamento mecânico de MVEs em termos do módulo de relaxação, a metodologia se resume a comparar os valores de tensão experimental e teórica. Assim, definindo uma medida de diferença entre eles, esta é minimizada via técnica híbrida de otimização, fornecendo como resultado final os parâmetros que caracterizam o material sob investigação.

#### 3.3.1 Método Proposto de Identificação no Domínio do Tempo Considerando a Influência da Temperatura

Os experimentos em questão foram realizados sob deformação crescente, em  $\varepsilon_0 = 0$ . Assim, com base na teoria da viscoelasticidade linear e nas Eqs. (10) e (73), o modelo teórico da tensão num MVE no domínio do tempo, considerando a influência da temperatura, de acordo com o PSTT, inclui um fator de deslocamento  $\alpha_T$  e assume a forma

$$\sigma^W(t_k, T_q) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon}_j \int_0^{t_k} \left( e^{-\frac{(t_k - \xi)}{\alpha_T \tau_i}} \right) d\xi. \quad (82)$$

Na Eq. (82),  $\sigma^W(t_k, T_q)$  é a tensão de Wiechert em cada instante de tempo  $t_k$  quando uma taxa de deformação  $\dot{\varepsilon}_j$  é aplicada a uma temperatura  $T_q$ . Esta equação pode ser escrita como

$$\sigma_j^W(t_k, T_q) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon}_j I_{ki}, \quad (83)$$

onde

$$I_{ki} = \int_0^{t_k} e^{-\frac{(t_k - \xi)}{\alpha_T \tau_i}} d\xi. \quad (84)$$

Para resolver a integral  $I_{ki}$ , a seguinte transformação de variável é aplicada:

$$-\left( \frac{t_k - \xi}{\alpha_T \tau_i} \right) = \left( \frac{\xi - t_k}{\alpha_T \tau_i} \right) = u. \quad (85)$$

Derivando essa equação em relação a  $\xi$ , obtém-se

$$\frac{du}{d\xi} = \frac{1}{\alpha_T \tau_i} \quad (86)$$

donde decorre que

$$d\xi = \alpha_T \tau_i du. \quad (87)$$

Aplicando esta transformação aos limites do intervalo de integração tem-se

$$\xi = 0 \rightarrow u = -\left(\frac{t_k}{\alpha_T \tau_i}\right) \quad (88)$$

$$\xi = t_k \rightarrow u = 0. \quad (89)$$

Substituindo as Eqs. (85)-(89) na Eq. (84), tem-se

$$I_{ki} = \int_{-(t_k/\alpha_T \tau_i)}^0 e^u \alpha_T \tau_i du, \quad (90)$$

cujas solução é

$$I_{ki} = \alpha_T \tau_i \left[ 1 - e^{-\left(\frac{t_k}{\alpha_T \tau_i}\right)} \right]. \quad (91)$$

Substituindo esse resultado na Eq. (83), tem-se

$$\sigma_j^W(t_k, T_q) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon}_j \alpha_T \tau_i \left[ 1 - e^{-\left(\frac{t_k}{\alpha_T \tau_i}\right)} \right]. \quad (92)$$

Esta equação fornece a expressão para a tensão de Wiechert em cada instante de tempo  $t_k$ . Partindo dela, é possível formular o problema padrão de otimização.

Escrevendo a função distância,  $d(t)$ , definida como a diferença entre a tensão experimental e a teórica, tem-se

$$D(t) = \left[ \sigma^W(t, T_q) - \sigma^{\text{exp}}(t, T_q) \right]. \quad (93)$$

Segundo Rektorys (1980), a distância entre duas funções pode ser calculada através da norma da diferença entre elas. No corrente trabalho, opta-se por empregar a norma  $L_2$  dessa diferença, resultando em

$$d^2 = \int_0^{t_{\text{final}}} [d(t)]^2 dt = \int_0^{t_{\text{final}}} [\sigma^W(t, T_q) - \sigma^{\text{exp}}(t, T_q)]^2 dt. \quad (94)$$

Neste ponto, contudo, deve ser frisado que a função  $\sigma^{\text{exp}}(t, T_q)$  não é conhecida totalmente, mas somente nos valores obtidos na amostragem experimental. Para tanto, a função distância  $d(t)$ , anteriormente definida, é substituída por uma aproximação linear por partes, definida em cada intervalo de amostragem ( $t_{p-1}$  a  $t_p$ , sendo  $p=2, 3, \dots, k$ ). Assim, nesse intervalo, a função distância possui os seguintes valores nos pontos extremos:

$$d_1 = \sigma^W(t_{p-1}, T_q) - \sigma^{\text{exp}}(t_{p-1}, T_q), \quad \text{para } t = t_{p-1}, \quad (95)$$

e

$$d_2 = \sigma^W(t_p, T_q) - \sigma^{\text{exp}}(t_p, T_q), \quad \text{para } t = t_p. \quad (96)$$

Considerando um número suficiente de pontos amostrados, de tal forma que a função distância  $d(t)$  possa ser linearizada em cada intervalo, tem-se

$$d(t) \cong \tilde{d}(t) = At + B, \quad (97)$$

onde

$$A = \left( \frac{d_2 - d_1}{t_p - t_{p-1}} \right) \quad \text{e} \quad B = d_1 - \left( \frac{d_2 - d_1}{t_p - t_{p-1}} \right) t_{p-1}. \quad (98)$$

Assim, a norma da diferença entre as duas funções torna-se

$$d^2 \cong \tilde{d}^2 = \sum_{p=2}^{N_{\text{totalPts}}} \int_{t_{p-1}}^{t_p} (\tilde{d}(t))^2 dt. \quad (99)$$

Na Eq. (99),  $N_{\text{totalPts}}$  representa o número total de pontos das curvas experimentais. Substituindo a Eq. (97) como a função distância linearizada, tem-se

$$d^2 = \tilde{d}^2 = \sum_{p=2}^{N_{totalPts}} \left[ \left( \frac{A^2 t_p^3}{3} + AB t_p^2 + B^2 t_p \right) - \left( \frac{A^2 t_{p-1}^3}{3} + AB t_{p-1}^2 + B^2 t_{p-1} \right) \right]. \quad (100)$$

Para uma maior facilidade de análise dos resultados, o valor desta integral, Eq. (100), é dividido pelo tempo máximo da curva,  $t_{max}$ . Assim,

$$\tilde{d}^2 = \frac{1}{t_{max}} \sum_{k=2}^{NP} \left[ \left( \frac{A^2 t_p^3}{3} + AB t_p^2 + B^2 t_p \right) - \left( \frac{A^2 t_{p-1}^3}{3} + AB t_{p-1}^2 + B^2 t_{p-1} \right) \right]. \quad (101)$$

Quando se ajustam simultaneamente várias curvas, o valor desta integral, Eq. (101), é dividido pelo número total de curvas,  $N_{curvas}$ . Assim,

$$\tilde{d}^2 = \frac{1}{N_{curvas}} \sum_{i=1}^{N_{curvas}} \left[ \frac{1}{t_{max}} \sum_{k=2}^{NP} \left[ \left( \frac{A^2 t_k^3}{3} + AB t_k^2 + B^2 t_k \right) - \left( \frac{A^2 t_{k-1}^3}{3} + AB t_{k-1}^2 + B^2 t_{k-1} \right) \right] \right] \quad (102)$$

Conforme discutido, o objetivo é minimizar esta função. Para isso, é empregado um algoritmo baseado em AG e PNL. Assim, define-se o problema padrão de otimização como

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } \left( \tilde{d} \right)^2 (\mathbf{x}) : \mathbb{R}^{NT+4} \rightarrow \mathbb{R}, \\ &\text{onde } \mathbf{x} = (E_{\infty}, E_i, C_1^T, C_2^T) \end{aligned} \quad (103)$$

$$\text{Restrições} \begin{cases} 0 \leq E_{\infty} \leq E_{\infty}^{\sup} \\ 0 \leq E_i \leq E_i^{\sup} \quad (i = 1, \dots, NT) \\ C_1^{T(\inf)} \leq C_1^T \leq C_1^{T(\sup)} \\ C_2^{T(\inf)} \leq C_2^T \leq C_2^{T(\sup)} \end{cases},$$

nesse caso, os símbolos  $(.)^{\inf}$  e  $(.)^{\sup}$  são os valores limites inferior e superior para cada variável de projeto  $(.)$ .

Além disso, os tempos de relaxação são fixados, como expostos abaixo, em todos os processos de otimização analisados. Esse é o procedimento empregado pela grande maioria dos trabalhos encontrados na bibliografia, como, por exemplo, Chen *et al.* (2000) e Soussou *et al.* (1970).

Observa-se que esses tempos de relaxação  $\tau_i$  são definidos dividindo o intervalo entre o tempo mínimo ( $\tau_1 = 10^{-2}$ ) e o tempo máximo ( $\tau_8 = 10^4$ ) em 7 intervalos (portanto, 8 tempos) iguais em escala logarítmica. Nesse caso,  $\tau_{i+1} = 7,1968 * \tau_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ), como apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Valores dos tempos de relaxação fixados para os termos da Série de Prony.

Tempo de relaxação	Valor [s]
$\tau_1$	0,01
$\tau_2$	0,07197
$\tau_3$	0,51795
$\tau_4$	3,72759
$\tau_5$	26,82696
$\tau_6$	193,06977
$\tau_7$	1389,49549
$\tau_8$	10000,00

### 3.3.2 Método Proposto de Identificação no Domínio do Tempo Considerando a Influência da Pressão Média

Nesta proposta de identificação, que considera a influência da pressão média a uma temperatura constante, tomando como base as Eqs. (10) e (73) escreve-se o modelo para a tensão, num instante de tempo  $t_k$ , conforme

$$\sigma^W(t_k) = E_\infty \dot{\varepsilon} t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon} \int_0^{t_k} e^{-\frac{(t_k - \xi)}{\alpha_P \tau_i}} d\xi. \quad (104)$$

Reescrevendo essa tensão para uma  $j$ -ésima taxa de deformação  $\dot{\varepsilon}_j$ , tem-se

$$\sigma_j^W(t_k) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon}_j I_{ki}, \quad (105)$$

onde

$$I_{ki} = \int_0^{t_k} \left( e^{-\frac{(t_k - \xi)}{\alpha_P \tau_i}} \right) d\xi. \quad (106)$$

Considerando um ensaio de tração uniaxial em um corpo de prova de MVE, a pressão hidrostática em um ponto qualquer é dada por

$$P_k = -\sigma_j(t_k) / 3. \quad (107)$$

De acordo com a Eq. (107), observa-se que a pressão muda com o tempo e, como consequência, também altera o fator  $\alpha_p$  do modelo em cada instante de tempo do ensaio. Isso caracteriza uma não linearidade material. Para simplificar o problema, considera-se que a dependência da pressão é bem comportada e para um intervalo de tempo entre  $t_{p-1}$  e  $t_p$ , o fator de deslocamento para pressão,  $\alpha_p$ , pode ser aproximado por uma constante  $\overline{\alpha_p}$ , obtida através do valor médio da pressão neste intervalo. Este processo pode ser visualizado na Figura 22.

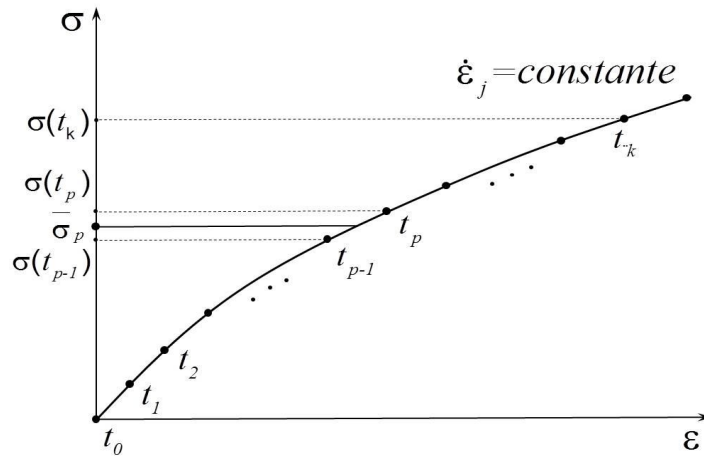


Figura 22: Ilustração da divisão do intervalo a ser integrado.

Reescrevendo a integral da Eq. (106) para cada intervalo de tempo, tem-se

$$\begin{aligned} I_{ki} = & \int_0^{t_k} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_p \tau_i}\right)} \right) d\xi = \int_{t_1}^{t_2} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{p1} \tau_i}\right)} \right) d\xi + \int_{t_2}^{t_3} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{p2} \tau_i}\right)} \right) d\xi + \\ & + \int_{t_3}^{t_4} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{p3} \tau_i}\right)} \right) d\xi + \dots + \int_{t_{p-1}}^{t_p} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{pp} \tau_i}\right)} \right) d\xi + \dots + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{pk} \tau_i}\right)} \right) d\xi, \end{aligned} \quad (108)$$

onde o fator  $\overline{\alpha_{p_p}}$  é calculado por uma média da pressão entre os tempos  $t_{p-1}$  e  $t_p$ .

Escrevendo as integrais acima em forma de somatório tem-se



$$I_{ki} = \int_0^{t_k} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_P \tau_i}\right)} \right) d\xi = \sum_{p=2}^k \int_{t_{p-1}}^{t_p} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{Pp} \tau_i}\right)} \right) d\xi = \sum_{p=2}^k I_{pki}. \quad (109)$$

Tomando apenas uma integral genérica do somatório, tem-se

$$I_{pki} = \int_{t_{p-1}}^{t_p} \left( e^{-\left(\frac{t_k - \xi}{\alpha_{Pp} \tau_i}\right)} \right) d\xi. \quad (110)$$

Novamente, para resolver essa integral faz-se uma transformação de variáveis

$$u = -\frac{t_k - \xi}{\alpha_{Pp} \tau_i} \rightarrow d\xi = \overline{\alpha_{Pp} \tau_i} du. \quad (111)$$

Fazendo uma mudança de variável, tem-se

$$\begin{aligned} \xi = t_{p-1} &\rightarrow u = -\frac{t_k - t_{p-1}}{\alpha_{Pp} \tau_i} \\ \xi = t_p &\rightarrow u = -\frac{t_k - t_p}{\alpha_{Pp} \tau_i}. \end{aligned} \quad (112)$$

Substituindo a Eq. (112) na Eq. (110), tem-se

$$I_{pki} = \int_{\frac{t_{p-1} - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}}^{\frac{t_p - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}} e^u (\overline{\alpha_{Pp} \tau_i}) du = (\overline{\alpha_{Pp} \tau_i}) e^u \Big|_{\frac{t_{p-1} - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}}^{\frac{t_p - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}} = \overline{\alpha_{Pp} \tau_i} e^{\frac{t_{p-1} - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}} \left[ e^{\frac{t_p - t_{p-1}}{\alpha_{Pp} \tau_i}} - 1 \right]. \quad (113)$$

Substituindo (113) em (109), tem-se

$$I_{ki} = \sum_{p=2}^k \overline{\alpha_{Pp} \tau_i} e^{\frac{t_{p-1} - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}} \left[ e^{\frac{t_p - t_{p-1}}{\alpha_{Pp} \tau_i}} - 1 \right]. \quad (114)$$

Por sua vez, substituindo (114) em (105), tem-se a tensão no instante  $t_k$  como

$$\sigma_j^W(t_k) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \left\{ \dot{\varepsilon}_j \sum_{p=2}^k \sum_{i=1}^{NT} E_i \overline{\alpha_{Pp} \tau_i} e^{\frac{t_{p-1} - t_k}{\alpha_{Pp} \tau_i}} \left[ e^{\frac{t_p - t_{p-1}}{\alpha_{Pp} \tau_i}} - 1 \right] \right\}. \quad (115)$$

Com esse modelo, é possível avaliar  $\tilde{d}^2$  (conforme discutido anteriormente segundo a Eq. (101)), que calcula a norma  $L_2$  da distância entre as funções teóricas e as experimentais.

Dessa forma, para identificar um MVE considerando a influência da pressão média, é definido um problema padrão de otimização conforme

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} \left( \tilde{d} \right)^2 (\mathbf{x}) : \mathbb{R}^{NT+NP} \rightarrow \mathbb{R}, \\ & \text{onde } \mathbf{x} = \mathbf{x}^{FS} = (E_\infty, E_i, C_1^P, C_2^P) \text{ ou} \\ & \mathbf{x} = \mathbf{x}^{OR} = (E_\infty, E_i, C^P) \\ & \text{Restrições} \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq E_\infty \leq E_\infty^{\text{sup}} \\ 0 \leq E_i \leq E_i^{\text{sup}} \quad (i = 1, \dots, NT) \\ C_1^{P(\text{inf})} \leq C_1^P \leq C_1^{P(\text{sup})} \\ C_2^{P(\text{inf})} \leq C_2^P \leq C_2^{P(\text{sup})} \\ C^{P(\text{inf})} \leq C^P \leq C^{P(\text{sup})} \end{array} \right. , \end{aligned} \quad (116)$$

onde  $\mathbf{x}^{FS}$  e  $\mathbf{x}^{OR}$  representam os vetores de projeto conforme o modelo utilizado, FS ou OR, respectivamente. NP é o número de termos do modelo que avalia a influência da pressão. Para o modelo FS, NP=2 e para o modelo OR, NP=1.

### 3.3.3 Método Proposto de Identificação no Domínio do Tempo Considerando a Influência da Pressão e da Temperatura Simultaneamente

A relação tensão-deformação de Wiechert, que considera a influência da pressão e temperatura, simultaneamente, pode ser escrita a partir da integral hereditária tensão-deformação, definida no item 2.4. Substituindo a Eq. (73), do modelo de relaxação, e considerando uma taxa de deformação constante  $\dot{\epsilon}$ , sendo a deformação inicial zero, o modelo teórico para tensão de Wiechert pode ser posto como

$$\sigma^W(t) = E_\infty \dot{\epsilon} t + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\epsilon} \int_0^t e^{-\left(\frac{t-\xi}{\alpha_{T,P} \tau_i}\right)} d\xi. \quad (117)$$

Escrevendo a tensão (Eq. (117)) para um instante de tempo  $t_k$  a uma taxa de deformação  $\dot{\varepsilon}_j$ , tem-se

$$\sigma_j^W(t_k) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon}_j \int_0^t e^{-\left(\frac{t-\xi}{\alpha_{T,P} \tau_i}\right)} d\xi. \quad (118)$$

onde o fator de deslocamento  $\alpha_{T,P}$  é aquele proposto conforme a Eq. (41).

A influência da pressão é computada conforme a Eq. (107) e, de modo similar à influência exclusiva da pressão, o fator de deslocamento para pressão e temperatura pode ser aproximado por uma constante  $\overline{\alpha_{(T,P)_p}}$ , dependente de um valor médio de pressão entre os instantes de tempo  $t_{p-1}$  e  $t_p$ . Reescrevendo o termo correspondente a integral em forma de somatório para cada intervalo de tempo  $t_{p-1}$  e  $t_p$ , tem-se:

$$\int_0^t e^{-\left(\frac{t-\xi}{\alpha_{T,P} \tau_i}\right)} d\xi = \sum_{p=2}^k \int_{t_{p-1}}^{t_p} e^{-\left(\frac{t_k-\xi}{\overline{\alpha_{(T,P)_p} \tau_i}\right)} d\xi. \quad (119)$$

Uma integral genérica do somatório é dada por:

$$I_{pki} = \int_{t_{p-1}}^{t_p} e^{-\left(\frac{t_k-\xi}{\overline{\alpha_{(T,P)_p} \tau_i}\right)} d\xi = \overline{\alpha_{(T,P)_p} \tau_i} e^{\frac{t_{p-1}-t_k}{\overline{\alpha_{(T,P)_p} \tau_i}}} \left[ e^{\frac{t_p-t_{p-1}}{\overline{\alpha_{(T,P)_p} \tau_i}}} - 1 \right]. \quad (120)$$

Substituindo (120) em (119) obtem-se

$$\int_0^t e^{-\left(\frac{t-\xi}{\overline{\alpha_{T,P} \tau_i}\right)} d\xi = \sum_{p=2}^k \overline{\alpha_{T,P} \tau_i} \left[ e^{\frac{t_p-t_{p-1}}{\overline{\alpha_{T,P} \tau_i}}} - 1 \right] \quad (121)$$

e substituindo (121) em (118) os valores teóricos de tensão calculados em cada instante de tempo  $t_k$  são representados por:

$$\sigma_j^W(t_k) = E_\infty \dot{\varepsilon}_j t_k + \sum_{i=1}^{NT} E_i \dot{\varepsilon}_j \sum_{p=2}^k \overline{\alpha_{T,P} \tau_i} e^{\frac{t_{p-1}-t_k}{\overline{\alpha_{T,P} \tau_i}}} \left[ e^{\frac{t_p-t_{p-1}}{\overline{\alpha_{T,P} \tau_i}}} - 1 \right]. \quad (122)$$

Com isso, é possível avaliar a distância entre as tensões teórica e experimental, conforme a integral  $d^2$  (Eq. (94)) no domínio do tempo. Para ajustar uma curva teórica com a experimental, o objetivo é minimizar o valor dessa integral. Logo, se define o problema padrão de otimização para identificação do material na forma

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} \left( \tilde{d} \right)^2 (\mathbf{x}) : \mathbb{R}^{NT+7} \rightarrow \mathbb{R}, \\ &\text{onde } \mathbf{x} = (E_\infty, E_i, C_1^{T,P}, C_2^{T,P}, C_3^{T,P}, C_4^{T,P}, C_5^{T,P}, C_6^{T,P}) \\ &\text{Restrições} \begin{cases} 0 \leq E_\infty \leq E_\infty^{\text{sup}} \\ 0 \leq E_i \leq E_i^{\text{sup}} \quad (i = 1, \dots, NT) \\ C_m^{T,P(\text{inf})} \leq C_m^{T,P} \leq C_m^{T,P(\text{sup})} \quad (m = 1, \dots, 6) \end{cases} . \end{aligned} \quad (123)$$

A solução deste problema de otimização fornece os parâmetros característicos do MVE considerando o modelo FMT para influência da pressão e da temperatura.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados numéricos decorrentes da implementação da metodologia proposta para identificar MVEs. Inicialmente, apresenta-se a estrutura computacional do algoritmo e, em seguida, os resultados do processo de identificação. Durante as análises, dois materiais foram estudados, quais sejam, STAMAX 30YM240 e CYCOLAC BDT5510. Nesses materiais, são analisadas as influências da pressão, da temperatura e da temperatura e da pressão simultaneamente.

### 4.2 ESTRUTURA COMPUTACIONAL

O processo de caracterização proposto no corrente trabalho é baseado em uma técnica de otimização híbrida. Inicialmente, os parâmetros ótimos são obtidos de forma aproximada por AGs e, em seguida, esse resultado é melhorado por um algoritmo determinístico de PNL. A fim de se garantir que este resultado não seja um ótimo local, é feita uma metodologia de programação tal que a otimização, por AG e PNL, é feita cinco vezes. O melhor resultado desta metodologia é armazenado, configurando o mais provável ótimo global.

Para tanto, a formulação apresentada, anteriormente, foi implementada via programação no ambiente MatLab<sup>®</sup>, utilizando as funções `ga.m` e `fmincon.m`. Nesse sentido, a estrutura do algoritmo foi organizada conforme o fluxograma apresentado na Figura 23. Em todas as análises realizadas, alguns parâmetros do processo de otimização são comuns. Estes são discutidos e apresentados na Tabela 2.

#### 4.2.1 Parâmetros do Processo de Otimização por AG

No procedimento para estabelecer o tamanho da população, vários testes via MatLab<sup>®</sup> são realizados e verifica-se que, com uma população inferior a 1000 indivíduos, os resultados convergem prematuramente para um mínimo local. Por outro lado, com uma população entre 1500 a 2000, os resultados convergem de forma aceitável.

O número de gerações do AG é inferido de forma similar. Estabelecendo valor máximo de 300 para esta variável, o algoritmo AG não converge, pois este valor máximo estabelecido é atingido e o resultado, em geral, é um mínimo local. Aumentando esse valor para o intervalo 300 a 500, a quantidade de gerações máximas não é excedida e o AG converge para um valor próximo ao provável mínimo global.

Note-se que uma convergência de sucesso, obtida por AG, ocorre quando a variação do valor da função objetivo é inferior a um valor de tolerância pré-estabelecido. Em ambiente MatLab®, TolFun é a variável que estabelece essa tolerância de término mais provável da função objetivo.

Uma variável importante para a convergência é a taxa de mutação do AG. Com ela, alguns cuidados devem ser tomados, pois uma taxa pequena pode reduzir a diversidade da população e fazer com que o algoritmo convirja para um ótimo local. Goldberg (1989) sugere uma taxa de mutação entre 0,001 e 0,1.

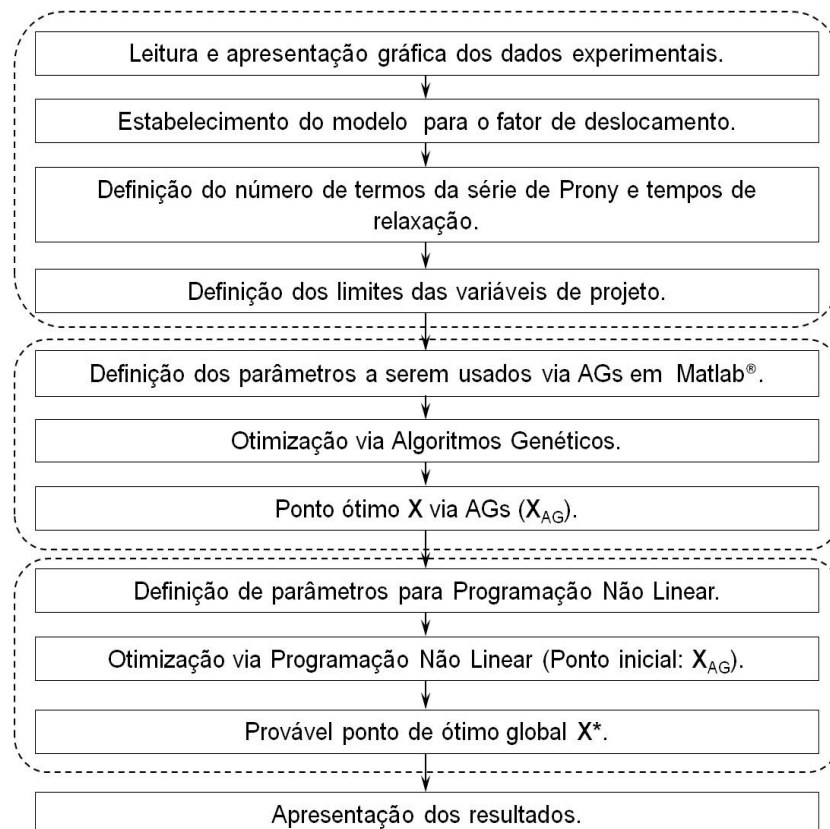


Figura 23: Fluxograma da estrutura computacional implementada no ambiente MatLab®.

#### 4.2.2 Parâmetros do Processo de Otimização por PNL

Dentre as preferências de configuração da função que realiza a PNL, são escolhidas para a programação as seguintes opções: MaxFunEvals, MaxIter e Active-Set. MaxFunEvals é um número inteiro positivo que denota o número máximo de avaliações da função que são permitidos. MaxIter é um número inteiro positivo que define o número máximo de iterações permitido. Active-set é uma rotina que tem por objetivo resolver as condições matemáticas denominadas Karush-Kuhn-Tucker (KKT). A solução destas equações fornece condições necessárias para que uma solução em problemas de programação não-linear seja ótima, dado que ela satisfaz determinadas condições de regularidade.

Outras importantes variáveis da Tabela 2 são os limites superiores e inferiores do módulo de equilíbrio  $E_{\infty}$  e dos termos da série de Prony  $E_i$ . Esses limites foram estabelecidos através de ensaios numéricos e tomando o cuidado para que o ponto ótimo final não esteja na fronteira superior dos limites.

Tabela 2. Parâmetros comuns utilizados em todas as análises.

Variável	Nomenclatura	Valor
AG – Tamanho da população	PopulationSize	2000
AG – Número de gerações	Generations	500
AG – Tolerância	TolFun	1e-8
AG – Taxa de Mutação	MutationFcn	0,01
PNL - Número máximo de avaliações da função	MaxFunEvals	100
PNL - Número máximo de iterações permitido	MaxIter	100
PNL Algoritmo	Active-set	
Módulo de Equilíbrio	$E_{\infty}$	$0 \text{ MPa} \leq E_{\infty} \leq 10000 \text{ MPa}$
Constantes do termos da série de Prony	$i = 1 \text{ a } NT = 8$	$0 \text{ MPa} \leq E_i \leq 5000 \text{ MPa}$

#### 4.3 RESULTADOS NUMÉRICOS: POLÍMERO CYCOLAC BDT5510

Nesta seção, os resultados obtidos na caracterização do comportamento mecânico do polímero CYCOLAC BDT5510 são apresentados e discutidos. Esses

resultados são decorrentes das formulações apresentadas no item 3.3, que visam identificar o material considerando a influência da temperatura, da pressão e de ambas ao mesmo tempo.

#### 4.3.1 Identificação Considerando Influência da Temperatura

Os resultados apresentados nesta seção partem da relação tensão-deformação da Eq. (92), enquanto que o fator de deslocamento  $\alpha_T$  segue os modelo WLF, conforme a Eqs. (20). Para o processo de otimização, os limites superiores e inferiores dos parâmetros dessas equações, apresentados na Tabela 3, foram estabelecidos segundo os dados apresentados por Fillers e Tschoegl (1977), Ferry (1980), Ward e Sweeney (2004) e Brinson e Brinson (2008). Além disso, a temperatura de referência foi fixada em 23°C. Note-se que estes resultados ainda não consideram a influência da pressão média no material.

Tabela 3: Limites utilizados na análise da influência da temperatura.

Coeficientes	Nomenclatura	Valor
Constante material WLF 1	$C_1^T$	$0 \leq C_1^T \leq 100$
Constante material WLF 2	$C_2^T (^{\circ}\text{C})$	$0 \leq C_2^T \leq 200$
Temperatura de referência	$T_0 (^{\circ}\text{C})$	23,0

Inicialmente, são feitos ajustes individuais entre os resultados experimentais e aqueles obtidos através do modelo teórico com série de Prony, para as quatro curvas disponíveis. Para isso, utilizaram-se dados experimentais realizados numa taxa fixa de 0,0833 mm/mm/s e com o material ensaiado nas temperaturas de -40,0°C, 23,0°C, 43,0°C e 66,0°C.

Na Figura 24, observam-se os resultados decorrentes do processo de caracterização do polímero em estudo, onde nota-se que as curvas teóricas se ajustaram quase que perfeitamente às curvas experimentais. Isso pode ser notado pela visualização das curvas e através dos valores dos erros obtidos, apresentados na Tabela 4, que estão bem próximos de zero.



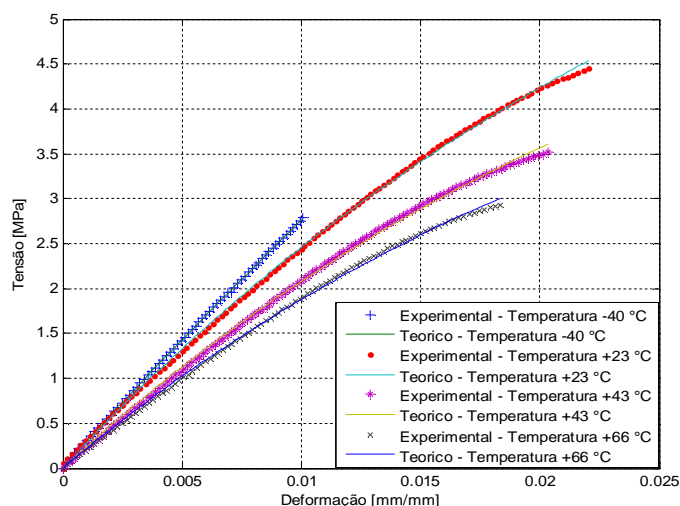


Figura 24: Ajustes individuais do modelo teórico de Prony (-) com os dados experimentais (+) de tensão.

Tabela 4: Dados numéricos da identificação considerando a influência da temperatura.  
Material CYCOLAC BDT5510.

Temperatura (°C)	T = - 40	T = +23	T = +43	T = +66
$E_1$ (MPa)	2171,7	0,00	0,00	0,00
$E_2$ (MPa)	4533,6	49,98	0,00	0,00
$E_3$ (MPa)	3346,7	247,26	100,00	0,00
$E_4$ (MPa)	3610,1	77,74	100,00	0,00
$E_5$ (MPa)	1363,8	0,00	50,00	100,00
$E_6$ (MPa)	3238,8	0,00	0,00	100,00
$E_7$ (MPa)	3220,8	0,00	0,00	0,00
$E_8$ (MPa)	173,5	0,00	0,00	0,00
$E_\infty$ (MPa)	273,93	0,00	0,00	0,00
$C_1^T$	5,27	69,26	6,97	12,91
$C_2^T$ (°C)	16,08	163,26	199,69	198,50
$T_0$ (°C)	23,00	23,00	23,00	23,00
Erro AG (MPa <sup>2</sup> )	2,21e-4	1,38e-3	1,30e-2	7,30e-3
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	1,63e-4	9,05e-4	1,01e-3	7,11e-4

Além disso, um ajuste global é realizado considerando todas as curvas experimentais disponíveis para este material. Os resultados gráficos deste ajuste, com 8 termos de Prony, estão apresentados na Figura 25. Note-se que a quantidade de termos, para a série de Prony, é estabelecida com base em resultados prévios. Para tanto, várias análises são realizadas.

Inicialmente, um ajuste com dois termos é feito. Neste resultado observa-se que as curvas teóricas não se ajustam às curvas experimentais. Na sequência, aumentam-se os números de termos de Prony para três, cinco, oito e nove, nesta ordem. É observado que à medida que se aumentam a quantidade de termos, melhores ajustes, das curvas experimentais às teóricas, são obtidos. No entanto, a partir de certa quantidade de termos, aproximadamente oito, o custo computacional torna-se mais alto, devido aos tempos mais elevados, e a melhora nos resultados não é muito significativa. Isso pode ser evidenciado observando os erros obtidos com oito e com nove termos (Tabela 5). Infere-se, portanto, que a quantidade ideal de termos para a série de Prony é de oito.

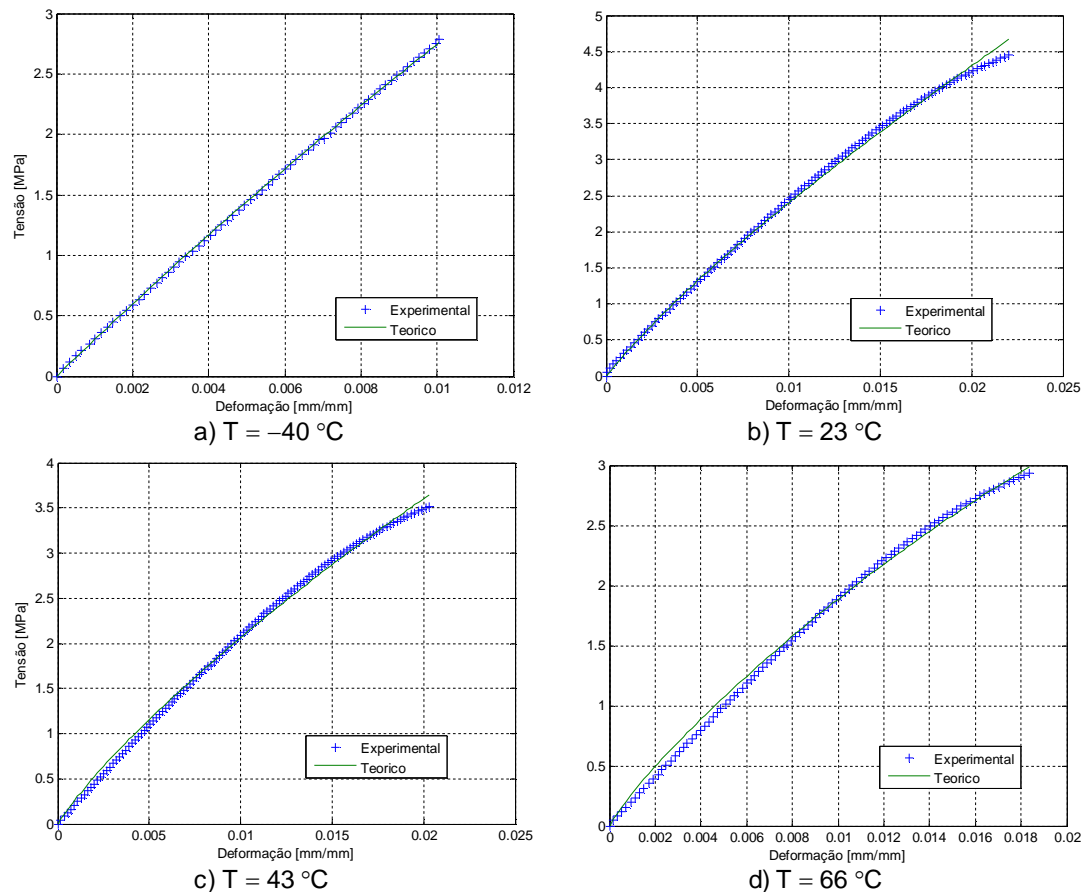


Figura 25. Ajuste global do modelo teórico de Prony (-) com os dados experimentais (+) de tensão para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0833 (mm/mm)/s.

Tabela 5: Valores da identificação do módulo de relaxação com crescentes números de termos de Prony.

i	Constantes/ Prony	Número de termos da série de Prony				
		2	3	5	8	9
1	$E_1$ (MPa)	204,20	132,00	56,23	3,83	0,00
2	$E_2$ (MPa)	-	-	-	92,74	93,95
3	$E_3$ (MPa)	-	-	151,92	58,54	14,57
4	$E_4$ (MPa)	-	-	-	145,36	195,63
5	$E_5$ (MPa)	-	219,03	0,00	--	0,00
6	$E_6$ (MPa)	-	-	-	0,00	0,00
7	$E_7$ (MPa)	-	-	0,31	0,00	0,00
8	$E_8$ (MPa)	-	-	-	0,00	0,00
9	$E_9$ (MPa)	211,09	0,00	74,96	0,00	0,00
	$E_\infty$ (MPa)	0,00	0,00	31,23	0,00	0,00
	$C_1^T$	4,90	1,74	1,01	1,76	1,11
	$C_2^T$ (°C)	5,00	9,17	35,02	39,36	34,28
	Tempo (s)	4521,68	7324,95	9001,35	10497,96	15583,02
	$T_0$ (°C)	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
	Erro AG	0,012	0,0079	0,0027	0,00307	0,00296
	Erro PNL (MPa <sup>2</sup> )	0,010	0,0072	0,0027	0,00237	0,00236

Após a identificação dos parâmetros que caracterizam as propriedades mecânicas do MVE, é possível construir curvas do módulo de relaxação versus tempo. Nesse caso, são construídas as curvas resultantes dos ajustes individuais e uma curva resultante do ajuste global. Todas são postas num mesmo gráfico conforme se ilustra na Figura 26.

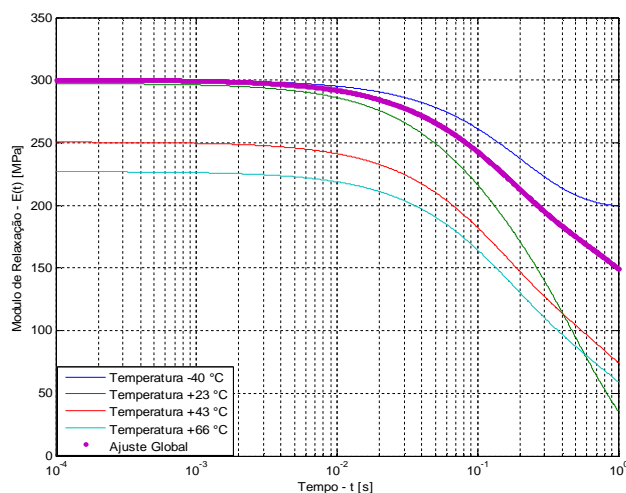


Figura 26: Função módulo de relaxação – Curvas de ajustes individuais e ajuste global. Material CYCOLAC BDT5510.

#### 4.3.2 Identificação Considerando Influência da Pressão Média Utilizando o Modelo FS

A identificação realizada e descrita aqui é feita com base no processo de otimização descrito no item 3.3.2. Neste caso, o fator de deslocamento considerando a influência da pressão,  $\alpha_P$ , é definido de acordo com o modelo proposto por Ferry e Straton (1960). No processo de otimização por AGs e PNL, foram estabelecidos, como limites superiores e inferiores, os valores apresentados na Tabela 6. Frise-se que esses dados foram baseados em resultados numéricos obtidos durante os testes.

Tabela 6: Limites superiores e inferiores utilizados no ajuste considerando a influência da pressão e utilizando o modelo Ferry Straton.

Coeficiente FS	Nomenclatura	Valor
Constante material 1	$C_1^P$	$0 \leq C_1^P \leq 10$
Constante material 2	$C_2^P$ (MPa)	$0 \leq C_2^P \leq 50$
Pressão de referência	$P_0$ (MPa)	0,0

Inicialmente, são realizados ajustes de curvas individuais nas temperaturas de  $-40^\circ\text{C}$ ,  $23^\circ\text{C}$ ,  $43^\circ\text{C}$  e  $66^\circ\text{C}$ , onde em cada curva o material é submetido a ensaios de tração uniaxial com taxa de deformação fixa de  $0,0833 \text{ mm/mm/s}$ .

As curvas resultantes do processo de ajuste são colocadas numa mesma ilustração, Figura 27. Estas são obtidas através da otimização, via AGs e PNL, conforme discutido no item 3.3.2. Os valores que descrevem o comportamento mecânico do material estão apresentados na Tabela 7.

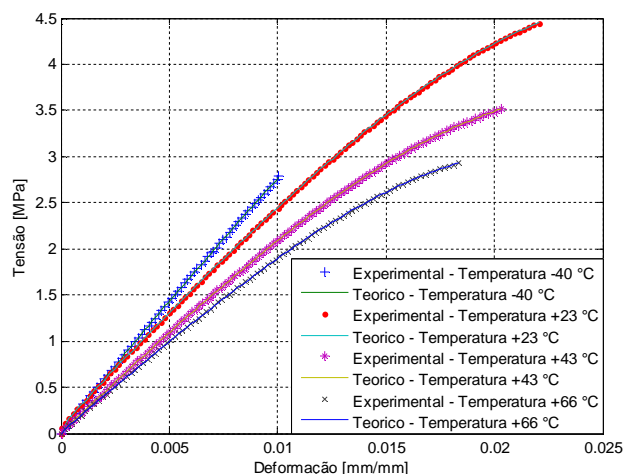


Figura 27: Ajuste individual para diferentes temperaturas e taxa de deformação fixa de  $0,0833 \text{ mm/mm/s}$ . Modelo FS - Polímero CYCOLAC BDT5510.

Ao observar as curvas tensão-deformação decorrentes das identificações, nota-se um ajuste quase perfeito entre as curvas teóricas e experimentais. Esse fato também pode ser evidenciado ao observar os erros obtidos na Tabela 7, que estão muito próximos de zero.

Tabela 7 : Resultados numéricos da identificação considerando influência da pressão - Modelo FS. Ajustes individuais - Polímero CYCOLAC BDT5510.

Temperatura (°C)	T = -40	T = +23	T = +43	T = +66
$E_1$ (MPa)	35,86	312,62	9,47	32,15
$E_2$ (MPa)	8,05	0,00	2,91	0,00
$E_3$ (MPa)	16,02	33,01	0,00	4,17
$E_4$ (MPa)	0,00	13,57	9,74	0,57
$E_5$ (MPa)	4,42	7,26	2,61	3,63
$E_6$ (MPa)	0,00	0,00	14,62	6,47
$E_7$ (MPa)	10,33	12,26	24,81	2,66
$E_8$ (MPa)	4,90	0,00	154,80	142,46
$E_\infty$ (MPa)	268,85	236,35	14,16	44,46
$C_1^P$	10,00	5,93	7,35	6,45
$C_2^P$ (MPa)	0,49	0,32	1,00	0,24
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
Erro AG (MPa <sup>2</sup> )	2,53e-4	1,23e-2	1,18e-2	1,40e-2
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	1,49e-5	1,49e-5	4,65e-6	3,02e-6

#### 4.3.3 Identificação Considerando Influência da Pressão Média Utilizando o Modelo OR

Ainda com o intuito de analisar a influência da pressão no material, utiliza-se aqui o modelo OR aplicado ao material CYCOLAC BDT5510. Com base em resultados numéricos obtidos durante o estudo, são estabelecidos os limites superiores e inferiores dos parâmetros do processo de otimização para AGs e PNL, como apresentado na Tabela 8.

Tabela 8: Limites superiores e inferiores considerando a influência da pressão e utilizando o modelo O'Reilly.

Coeficiente OR	Nomenclatura	Valor
Constante material	$C^P$ (MPa <sup>-1</sup> )	$0 \leq C^P \leq 0,5$
Pressão de referência	$P_0$ (MPa)	0,0

Ajustes individuais são realizados para cada curva disponível, de modo similar ao caso anterior. Resultados gráficos desses ajustes individuais estão

ilustrados conforme a Figura 28. Os dados que modelam a identificação teórica à experimental tensão-deformação estão apresentados conforme se segue na Tabela 9. Ao analisar os dados desta tabela, observa-se, como esperado, a influência da temperatura na determinação dos parâmetros que caracterizam o comportamento mecânico do polímero.

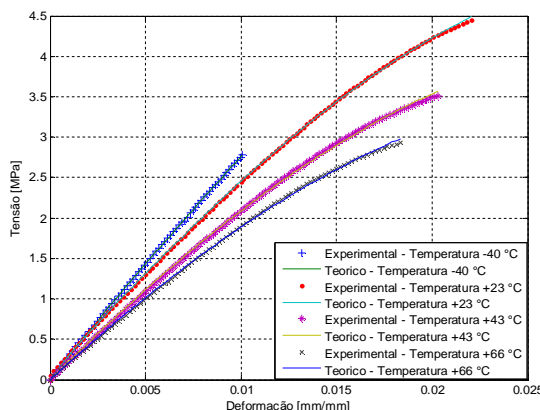


Figura 28: Ajuste individual para diferentes temperaturas e taxa de deformação fixa de 0,0833mm/mm/s. Modelo OR - Polímero CYCOLAC BDT5510.

Tabela 9 : Resultados numéricos da identificação considerando influência da pressão - Modelo OR. Ajustes individuais - Polímero CYCOLAC BDT5510.

Temperatura (°C)	T = -40	T = +23	T = +43	T = +66
$E_1$ (MPa)	34,49	0,00	0,00	0,00
$E_2$ (MPa)	0,00	49,98	0,00	0,00
$E_3$ (MPa)	103,79	247,26	60,39	187,03
$E_4$ (MPa)	183,76	0,00	173,57	27,78
$E_5$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
$E_6$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
$E_7$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
$E_8$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
$E_\infty$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
$C^P$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,071	0,038	0,500	0,490
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
Erro AG (MPa <sup>2</sup> )	2,49e-5	1,90e-3	6,08e-4	7,18e-2
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	2,46e-5	1,11e-3	3,51e-4	2,75e-4

Por conseguinte, fica evidente que este modelo caracterizou muito bem o material em análise, tendo em vista que as curvas teóricas se ajustaram perfeitamente às curvas experimentais. Isso pode também ser evidenciado pelos erros finais, que não foram superiores a  $3,51e^{-4}$  MPa<sup>2</sup> (valor muito próximo de zero).

#### 4.3.4 Identificação Considerando Influência da Temperatura e da Pressão Utilizando o Modelo FMT

Neste item, avaliam-se simultaneamente as influências da temperatura e da pressão média no material CYCOLAC BDT5510. O processo de caracterização aqui realizado está de acordo com a formulação discutida no item 3.3.3. O modelo para o fator de deslocamento utilizado é aquele baseado na Eq. (41). Nesse caso, os limites, superior e inferior, dos parâmetros do processo de otimização para AG e PNL são apresentados na Tabela 10. Note-se que os limites são estabelecidos conforme resultados obtidos por Kralj *et al.* (2001), mas com o cuidado para que o ponto ótimo obtido não esteja sobre a fronteira.

As análises foram divididas em:

- Ajuste com taxa de deformação fixa e diferentes temperaturas;
- Ajuste com temperatura fixa e diferentes taxas de deformação;
- Ajuste global considerando todas as 12 curvas disponíveis (temperaturas e taxas de deformação variáveis).

Tabela 10: Coeficientes utilizados na análise da influência da temperatura e da pressão. Limites superiores e inferiores estabelecidos para o ajuste por AGs e PNL.

Coeficientes FMT	Nomenclatura	Valores
Constante material 1	$C_1^{T,P}$	$0 \leq C_1^{T,P} \leq 100$
Constante material 2	$C_2^{T,P} (^{\circ}\text{C})$	$0 \leq C_2^{T,P} \leq 200$
Constante material 3	$C_3^{T,P} (^{\circ}\text{C})$	$0 \leq C_3^{T,P} \leq 400$
Constante material 4	$C_4^{T,P} (\text{MPa}^{-1})$	$0 \leq C_4^{T,P} \leq 0,04$
Constante material 5	$C_5^{T,P} (^{\circ}\text{C})$	$0 \leq C_5^{T,P} \leq 500$
Constante material 6	$C_6^{T,P} (\text{MPa}^{-1})$	$0 \leq C_6^{T,P} \leq 0,04$
Temperatura de Referência	$T_0 (^{\circ}\text{C})$	23,0
Pressão de Referência	$P_0 (\text{MPa})$	0,0

Inicialmente, ajustes individuais são feitos com o MVE nas temperaturas de  $-40^{\circ}\text{C}$ ,  $+23^{\circ}\text{C}$ ,  $+43^{\circ}\text{C}$  e  $+66^{\circ}\text{C}$ , sendo o mesmo submetido a taxa fixa de deformação de  $0,0833 \text{ mm/mm/s}$ . Resultados gráficos destes ajustes são postos na Figura 29.

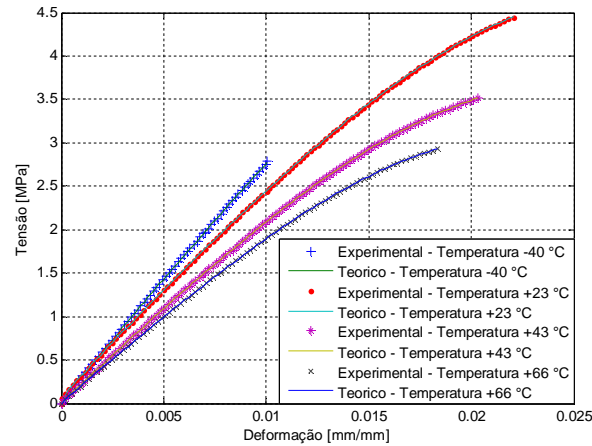


Figura 29: Ajuste individual para diferentes temperaturas e taxa de deformação fixa de 0,0833mm/mm/s. Modelo FMT - Polímero CYCOLAC BDT5510.

Em seguida, é feito um ajuste global com todas as temperaturas disponíveis, na taxa de deformação de 0,0833 mm/mm/s. Os resultados gráficos obtidos são apresentados na Figura 30, que demonstram os bons ajustes entre o modelo teórico e os dados experimentais.

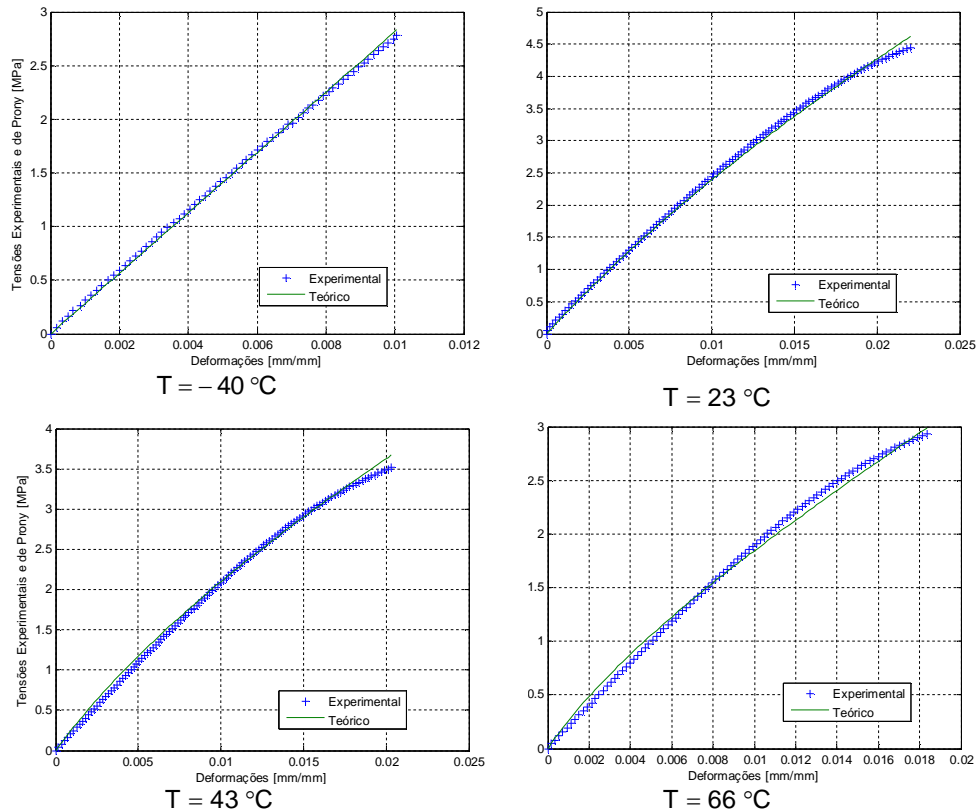


Figura 30: Ajuste global do modelo teórico de Prony (-) com os dados experimentais (+) de tensão para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0833 ((mm/mm)/s).

O comportamento mecânico apresentado na Figura 29 e na Figura 30 assume a relação tensão-deformação apresentada conforme a Eq. (122). Valores



numéricos que caracterizam esse comportamento mecânico estão apresentados na Tabela 11.

Analisando os gráficos resultantes, observa-se que o modelo teórico tensão-deformação, que considera as influências da temperatura e da pressão simultaneamente, apresentou-se bem adequado para caracterizar o material, visto que as curvas teóricas se ajustam muito bem às experimentais. Evidenciando, portanto que este material parece atender satisfatoriamente aos princípios da superposição.

Tabela 11: Resultados considerando influência da temperatura e da pressão - Polímero CYCOLAC BDT5510.

Temperatura (°C)	Ajuste global	T = -40	T = +23	T = +43	T = +66
$E_1$ (MPa)	0,0002	3570,60	2406,50	0,00	0,00
$E_2$ (MPa)	27,88	3401,60	0,00	0,00	0,00
$E_3$ (MPa)	120,08	580,40	0,00	0,00	0,00
$E_4$ (MPa)	0,00	4700,80	100,00	0,00	0,00
$E_5$ (MPa)	0,00	1214,30	1,60	0,00	0,00
$E_6$ (MPa)	0,00	4756,00	0,00	0,00	0,00
$E_7$ (MPa)	70,25	4039,40	0,00	0,00	0,00
$E_8$ (MPa)	62,85	3591,80	265,60	240,30	221,80
$E_\infty$ (MPa)	0,544	273,71	0,00	0,00	0,00
$C_1^{T,P}$	1,97	6,89	3,60	36,80	19,41
$C_2^{T,P}$ (°C)	81,40	0,00	0,0099	200,00	195,00
$C_3^{T,P}$ (°C)	395,82	284,02	61,17	100,00	100,00
$C_4^{T,P}$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,0098	0,0099	0,00413	0,01	0,01
$C_5^{T,P}$ (°C)	8,21	9,29	2,13	85,69	19,53
$C_6^{T,P}$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,00	0,0075	5,67e-5	0,00	0,00
$T_0$ (°C)	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Erro AG (MPa <sup>2</sup> )	7,08e-2	1,80e-4	2,43e-2	2,50e-4	8,00e-5
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	2,90e-3	1,70e-4	1,53e-2	2,10e-4	6,00e-6

#### 4.4 RESULTADOS NUMÉRICOS: POLÍMERO STAMAX 30YM240

Esta seção apresenta e discute os resultados do processo de identificação relativo ao comportamento mecânico do polímero STAMAX 30YM240. Os resultados decorrem da formulação apresentada e discutida no item 3.3, que visa identificar o material considerando a influência da temperatura, da pressão e de ambas ao mesmo tempo.

#### 4.4.1 Identificação Considerando Influência da Temperatura

Considerando a influência da temperatura, dois tipos de ajustes são realizados. Inicialmente, o material é caracterizado considerando uma única taxa de deformação fixa e três temperaturas diferentes ( $-35^{\circ}\text{C}$ ,  $23^{\circ}\text{C}$  e  $80^{\circ}\text{C}$ ). Os resultados destes ajustes são mostrados graficamente para as taxas de  $0,0001$  (mm/mm)/s (Figura 31),  $0,01$  (mm/mm)/s (Figura 32),  $0,1$  (mm/mm)/s (Figura 33) e  $1$  (mm/mm)/s (Figura 34).

Para este caso, a caracterização do MVE é realizada conforme se descreve no item 3.3.1, onde se chega numa relação tensão-deformação, que considera somente a influência da temperatura, conforme a Eq. (92). Parâmetros desta equação caracterizam o comportamento mecânico do MVE e os resultados do processo de caracterização estão apresentados conforme a Tabela 12.

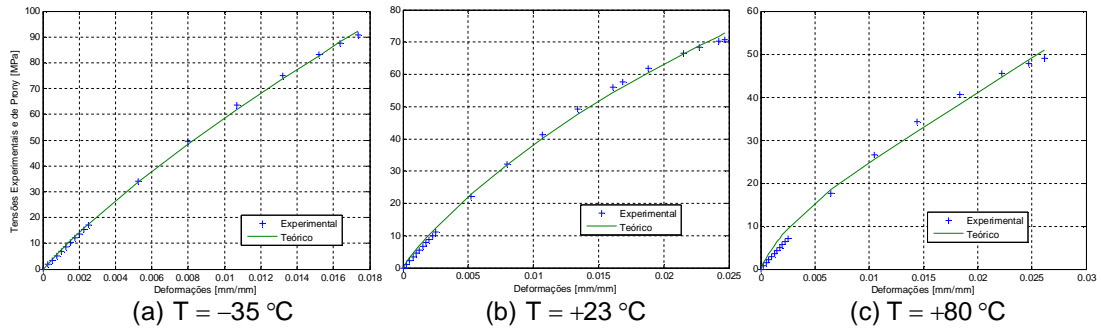


Figura 31. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de  $0,0001$  ((mm/mm)/s).

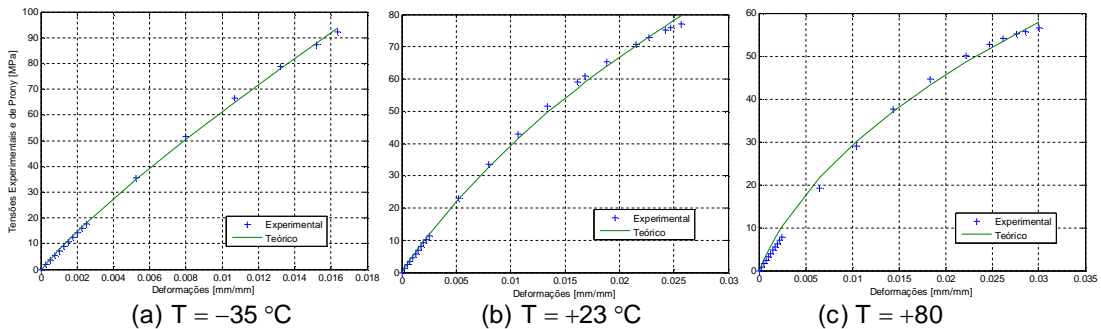


Figura 32. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de  $0,01$  ((mm/mm)/s).

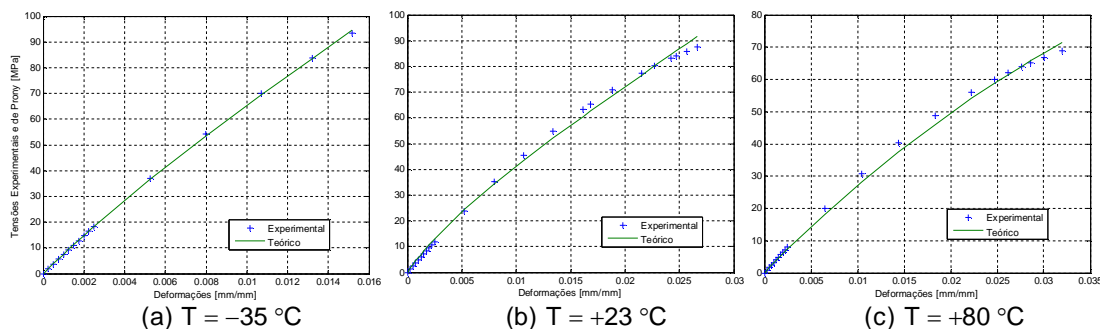


Figura 33. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,1 ((mm/mm)/s).

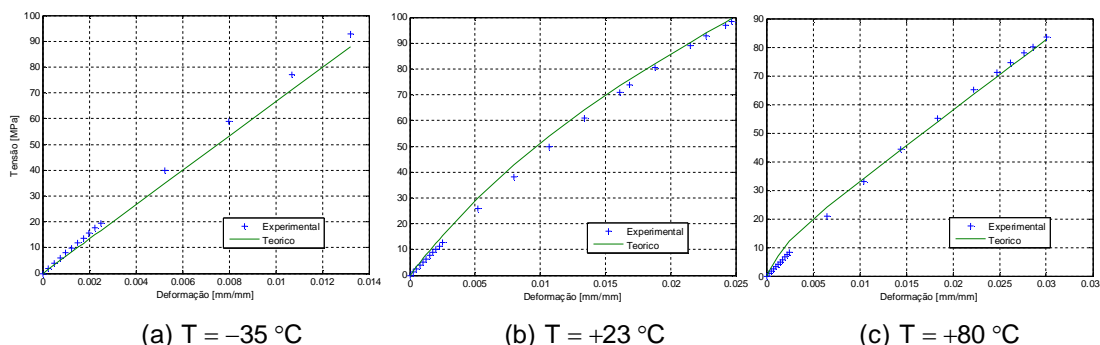


Figura 34. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 1 ((mm/mm)/s).

Além desses resultados, o código é avaliado considerando todos os doze conjuntos de dados disponíveis (três temperaturas com quatro taxas de deformação distintas), com vistas a um ajuste global das propriedades materiais.

Analisando os resultados da Figura 31 a Figura 34 e da Tabela 12, observa-se que, para ajustes isolados, são obtidos bons resultados, com erros poucos significativos. Isso é bem visível ao observar os ajustes das curvas teóricas às experimentais, os quais apresentam boas concordâncias. No entanto, ao analisar as curvas relacionadas com o ajuste global (Figura 35, Figura 36 e Figura 37) observam-se discrepâncias entre as curvas teóricas e as experimentais. Isso poderia ser explicado pelo fato de terem sido estudadas curvas com temperaturas muito diferentes entre si e/ou poucas temperaturas. Outra possível explicação pode ser dada pelo fato de este material não ser um material polimérico puro, ou seja, parte dele ser composto por fibra de vidro. Evidenciando, portanto que este material aparenta não atender satisfatoriamente aos princípios da superposição tempo temperatura.

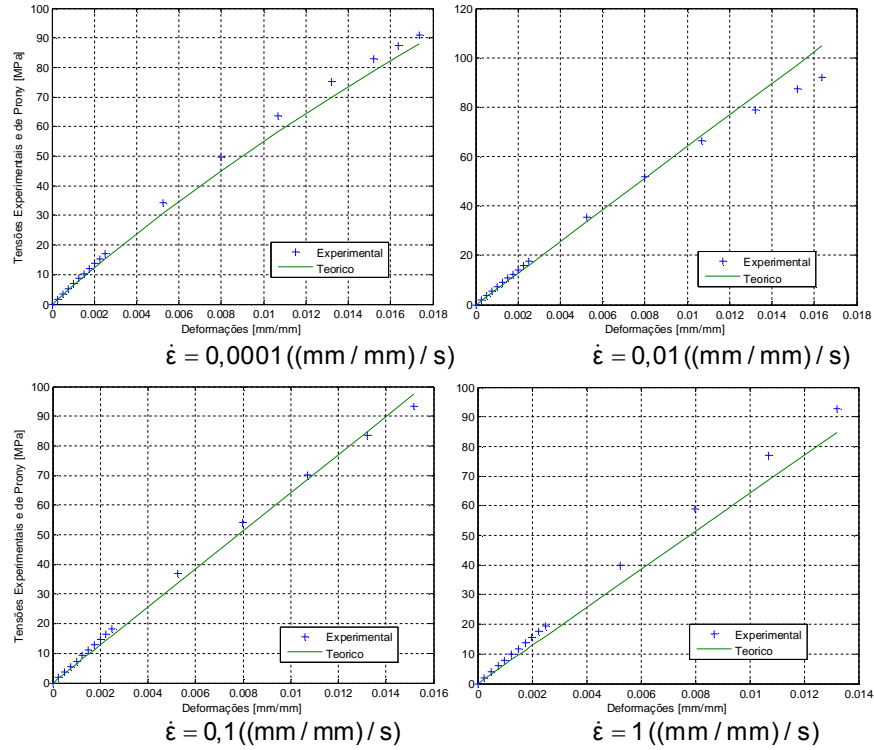


Figura 35: Ajuste global do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para representar temperatura de  $-35^{\circ}\text{C}$  nas diferentes taxas de deformação.

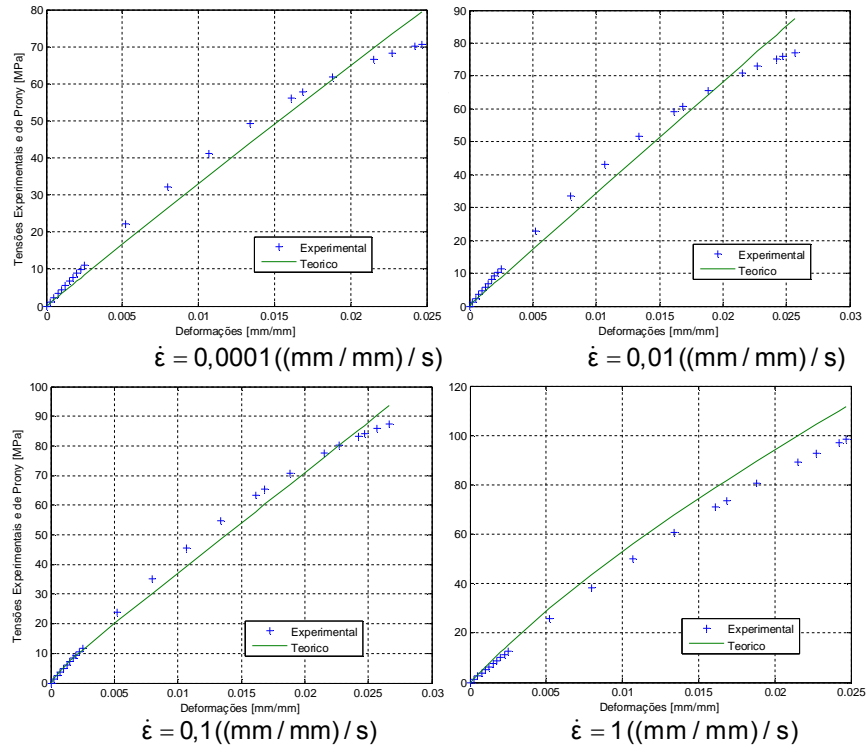


Figura 36: Ajuste global modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para representar temperatura de  $23^{\circ}\text{C}$  nas diferentes taxas de deformação.

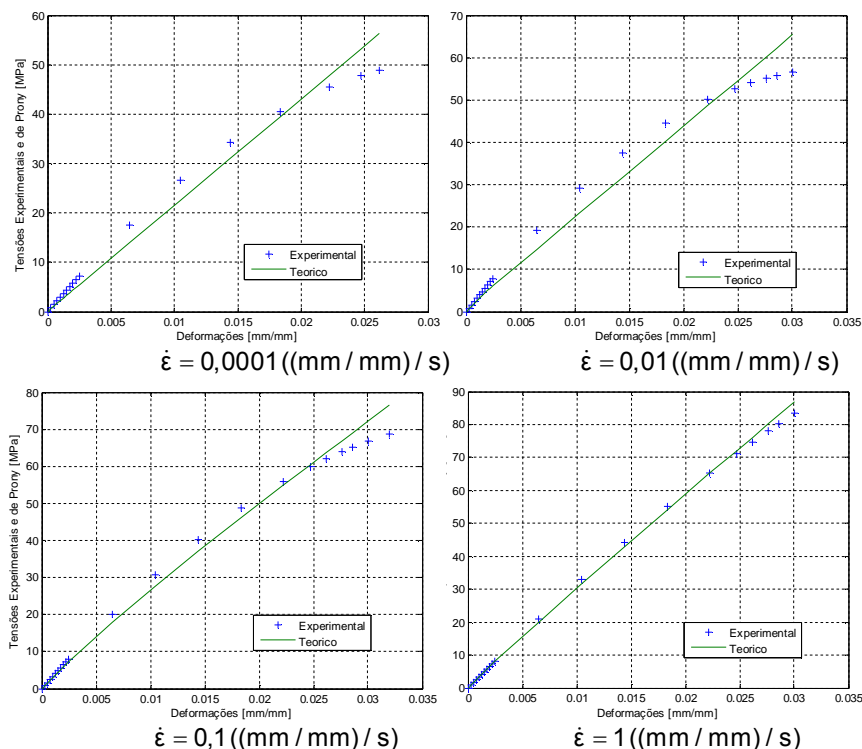


Figura 37: Ajuste global modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para representar temperatura de 80°C nas diferentes taxa de deformação.

Tabela 12. Resultados obtidos da identificação para taxas de deformações fixas.

Taxa de Deformação ((mm/mm)/s)	$\dot{\varepsilon} = 0,0001$	$\dot{\varepsilon} = 0,01$	$\dot{\varepsilon} = 0,1$	$\dot{\varepsilon} = 1$	Ajuste global
$E_1$ (MPa)	0,00	0,00	2537,70	4179,0	2937,9
$E_2$ (MPa)	0,00	2735,10	1679,90	0,00	0,00
$E_3$ (MPa)	0,00	1609,90	1324,30	0,00	0,00
$E_4$ (MPa)	3025,4	1860,10	1895,70	0,00	0,00
$E_5$ (MPa)	896,3	1472,10	0,00	0,00	0,00
$E_6$ (MPa)	2586,3	0,00	0,00	0,00	0,00
$E_7$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00	417,10
$E_8$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00	809,60
$E_\infty$ (MPa)	1412,45	0,00	0,00	2479,8	2085,40
$C_1^T$	2,64	2,42	2,73	0,76	18,54
$C_2^T$ (°C)	200,00	199,00	198,00	5,00	195,65
$T_0$ (°C)	23,00	23,00	23,00	23,00	23,00
Erro AG (MPa <sup>2</sup> )	1,307	1,33	1,85	6,77	12,92
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	1,306	1,30	1,26	6,51	12,80

Conforme discutido, o modelo que descreve o módulo de relaxação de um MVE no domínio do tempo, considerando a influência da temperatura, pode ser posto conforme a Eq. (73). Substituindo nessa equação os valores obtidos da Tabela

12, é possível obter as curvas que descrevem o módulo elástico em questão ao longo do tempo. Os gráficos da função relaxação  $E(t)$  são mostrados na Figura 38 e na Figura 39.

Considerando os ajustes, com taxas de deformações fixas, o tempo máximo de cada curva do módulo de relaxação foi determinado tomando o máximo valor entre os tempos máximos das curvas que originaram essa função. Assim, escolhe-se a curva que possui o maior tempo de ensaio.

Ao analisar os gráficos dos módulos de relaxação em função do tempo, pode-se concluir que uma única taxa fixa de deformação não caracteriza adequadamente o material. Tal fato pode ser evidenciado através de comparação entre qualquer gráfico da Figura 38 com o da Figura 39, relativo ao ajuste global.

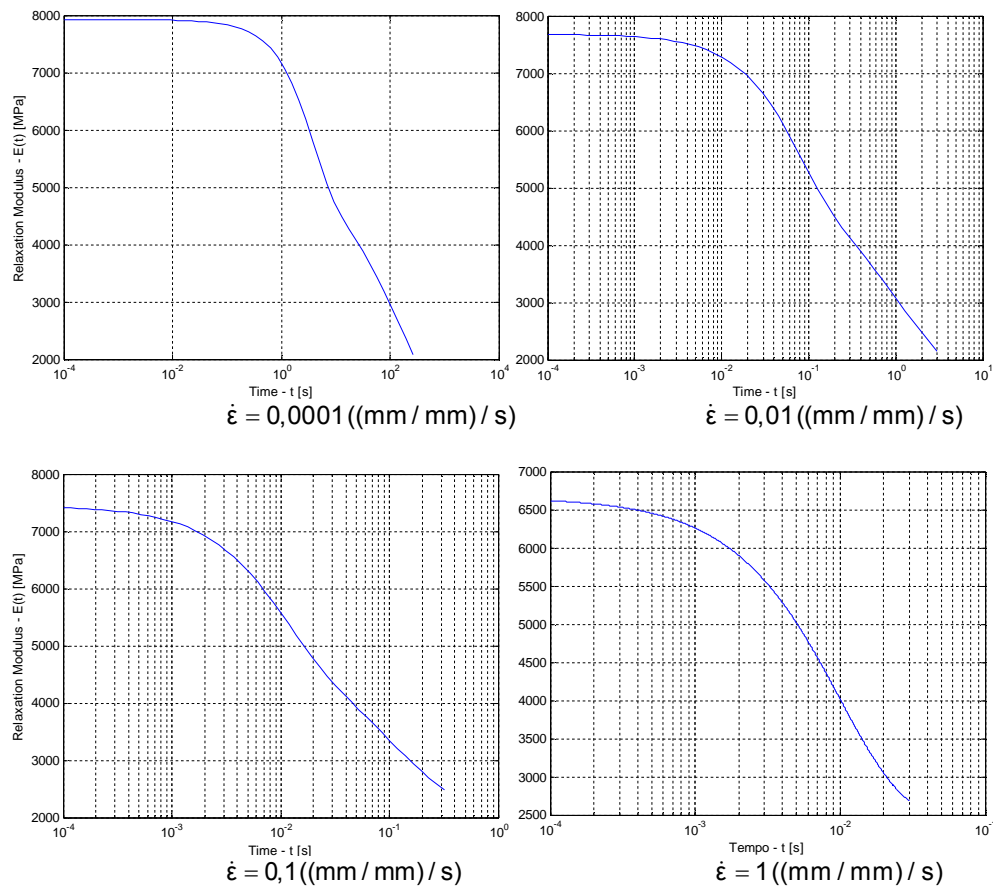


Figura 38. Curvas dos módulos de relaxação, conforme os dados da Tabela 4, para taxas de deformação fixas e diferentes temperaturas.

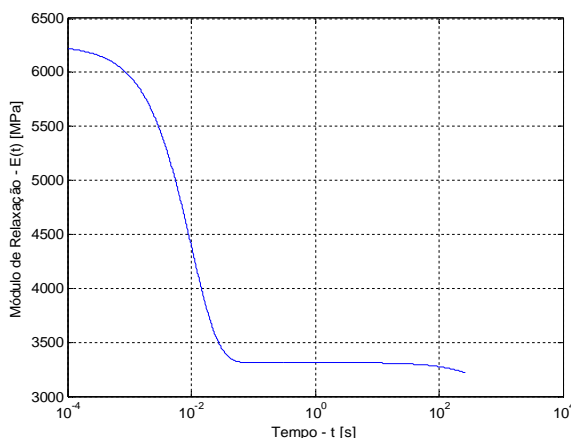


Figura 39: Curva do módulo de relaxação, de acordo com os dados da Tabela 4 (ajuste global).

#### 4.4.2 Identificação Considerando Influência da Pressão Média Utilizando o Modelo Ferry e Straton

Com a finalidade de avaliar a influência da pressão no comportamento mecânico do polímero STAMAX, são realizados ajustes de curvas nas temperaturas de  $-35^{\circ}\text{C}$ ,  $23^{\circ}\text{C}$  e  $80^{\circ}\text{C}$ , onde em cada curva o material é submetido a ensaios de tração uniaxiais com taxas de deformação fixas de 0,0001, 0,01, 0,1 e 1 mm/mm/s.

Nesse problema, as propriedades do material STAMAX 30YM240 são identificadas considerando isoladamente as quatro curvas obtidas experimentalmente para diferentes taxas de deformação em cada uma das temperaturas. Como exposto, esta análise busca modelar o material considerando influência apenas da pressão.

A Figura 40, a Figura 41 e a Figura 42 mostram uma adequada correlação entre os resultados experimentais e aqueles obtidos através do modelo tensão-deformação, fornecido pela Eq. (115). As propriedades identificadas para este modelo estão apresentadas na Tabela 13. Nesta tabela, observa-se que as variáveis de projeto no ponto ótimo encontram-se no interior do conjunto viável (não estão sobre qualquer fronteira). Logo, este ponto de mínimo é um valor irrestrito, caracterizado pelo fato do gradiente da função objetivo ser praticamente nulo. Além disso, nota-se que a temperatura influencia na determinação do vetor de variáveis de projeto. Por exemplo,  $E_{\infty}$  é bem maior quando material está em temperaturas mais baixas quando comparado com o material em temperaturas mais elevadas.

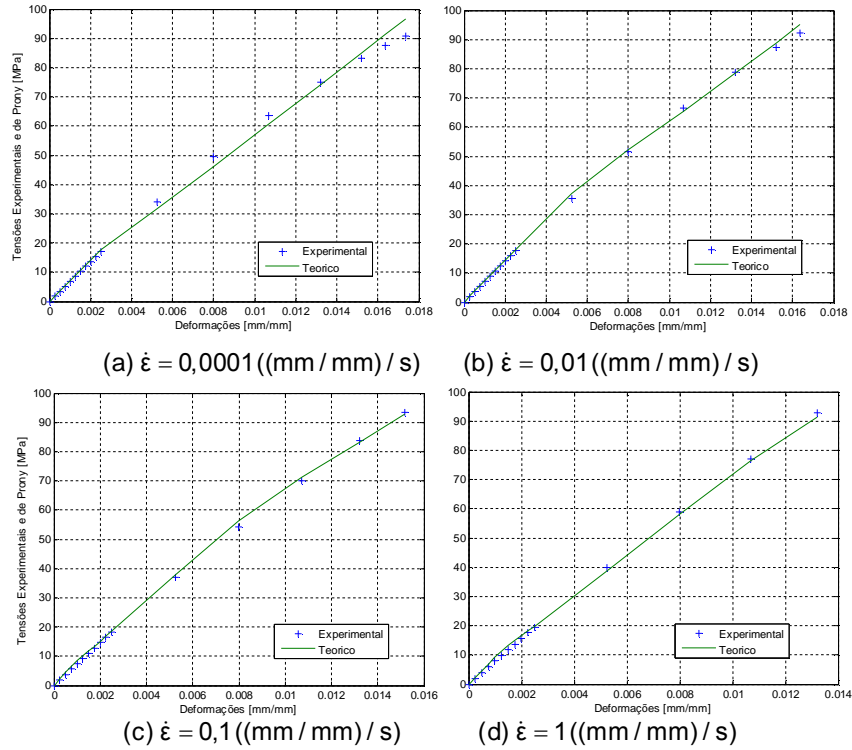


Figura 40: Gráficos tensão-deformação. Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para a temperatura de -35 °C.

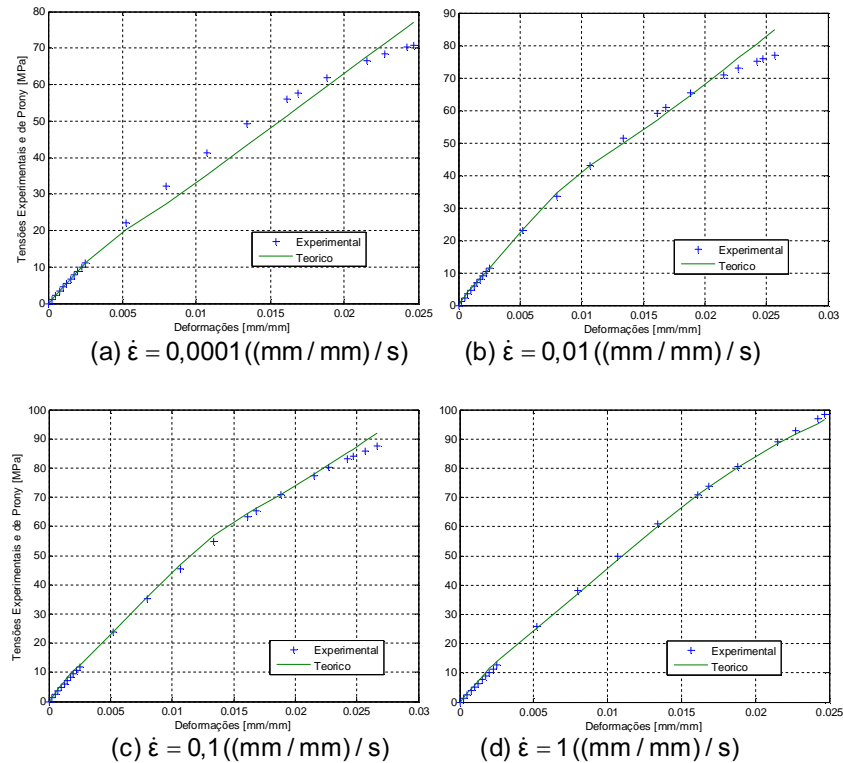


Figura 41: Gráficos tensão-deformação. Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para a temperatura de 23 °C.



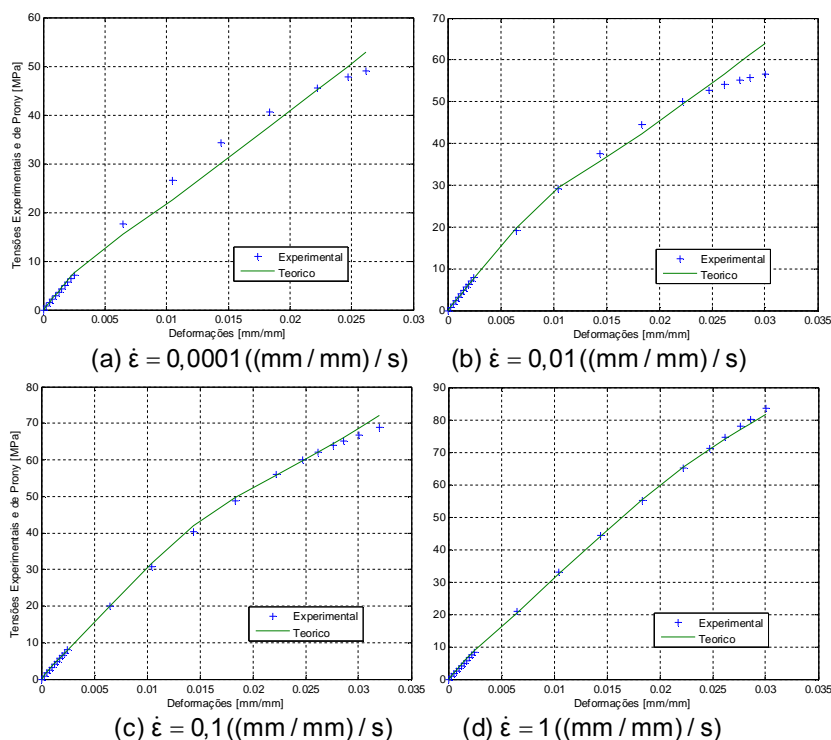


Figura 42: Gráficos tensão-deformação. Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para a temperatura de 80 °C.

Tabela 13: Resultados numéricos considerando a influência da pressão segundo o modelo Ferry e Straton. Ajuste para o material STAMAX 30YM240.

Temperatura (°C)	T = - 35 °C	T = 23 °C	T = 80 °C
$E_1$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_2$ (MPa)	1941,00	659,00	0,00
$E_3$ (MPa)	0,00	758,50	726,70
$E_4$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_5$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_6$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_7$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_8$ (MPa)	1750,00	1397,20	1108,20
$E_\infty$ (MPa)	5465,44	3048,10	1967,45
$C_1^P$	9,44	9,17	7,59
$C_2^P$ (MPa)	12,05	11,12	5,31
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
Erro GA (MPa <sup>2</sup> )	2,283	5,708	3,329
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	2,282	5,708	3,320

Ao observar as curvas teóricas e experimentais (Figura 40 a Figura 42), nota-se que, para as temperaturas de -35°C, 23°C e 80°C, os ajustes estão satisfatórios. Isso fica evidenciado pelos erros mínimos de 2,282 MPa<sup>2</sup>, 5,708 MPa<sup>2</sup>

e  $3,32 \text{ MPa}^2$ , apresentados na Tabela 13. Contudo, os resultados correspondentes às curvas de  $0,0001$  e  $0,01 \text{ mm/mm/s}$  para as temperaturas de  $23^\circ\text{C}$  e  $80^\circ\text{C}$  não estão como esperado. Uma possível explicação é obtida pelo fato de o material em análise não ser puramente um polímero, ou seja, ser composto com certa percentagem de fibra de vidro. Evidenciando uma provável inaplicação do princípio da superposição tempo pressão para este caso.

#### 4.4.3 Identificação Considerando a Influência da Pressão Média Segundo o Modelo O'Reilly

Esta seção apresenta os resultados do processo de identificação do polímero STAMAX 30YM240, utilizando o modelo proposto por O'Reilly (1962), que considera a influência da pressão no material sob temperatura constante.

Os resultados gráficos decorrentes do processo de identificação do polímero são apresentados de acordo com a Figura 43, a Figura 44 e a Figura 45. Essas curvas decorrem da relação tensão-deformação apresentada segundo a Eq. (115). Resultados da caracterização do material através desta equação são apresentados conforme a Tabela 14.

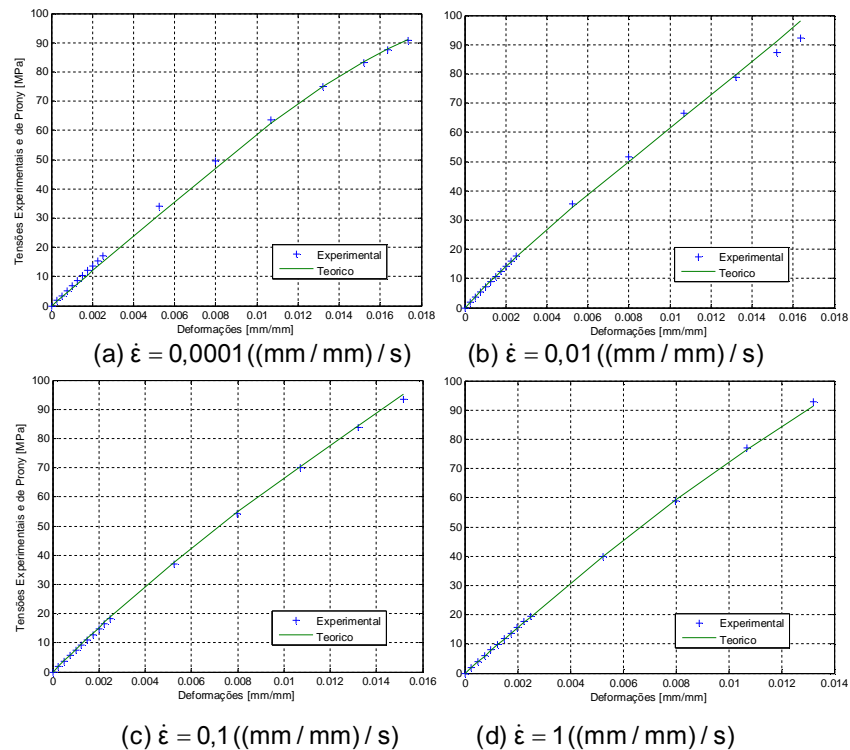


Figura 43: Ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais para temperatura de  $-35^\circ\text{C}$ .

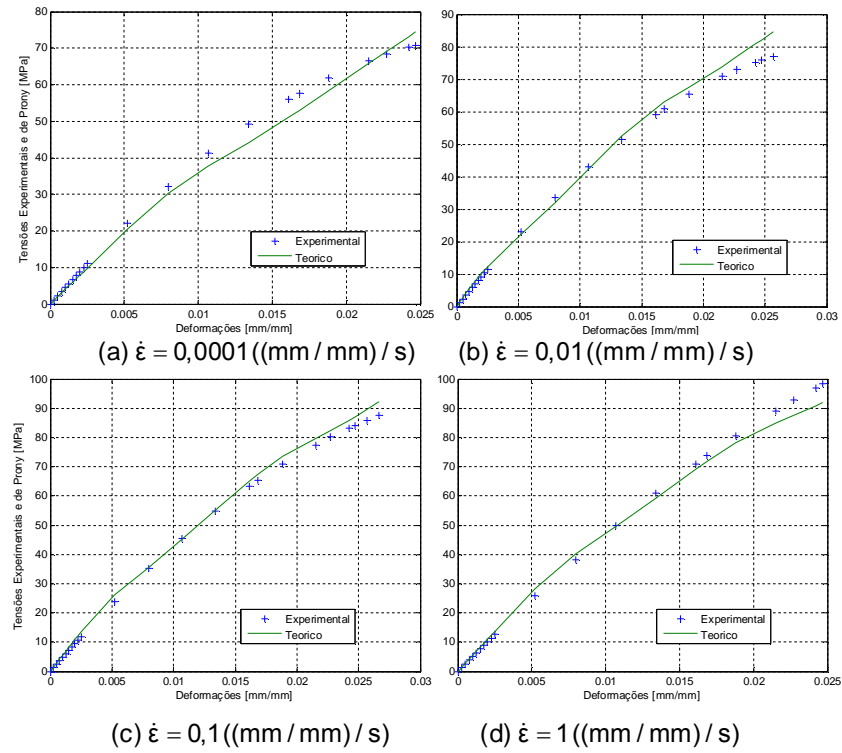


Figura 44: Ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais para temperatura de 23°C.

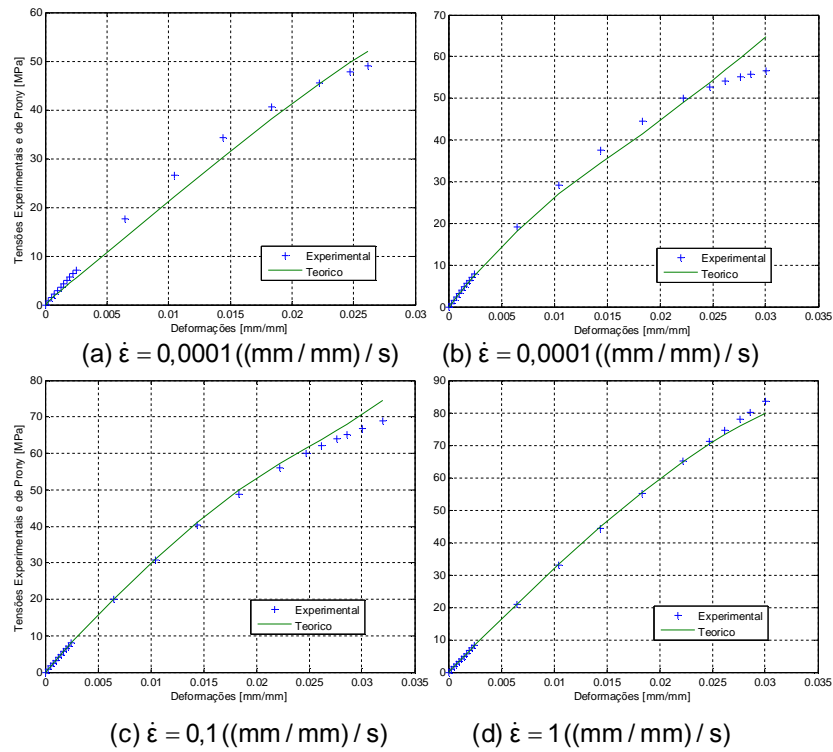


Figura 45: Ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais para temperatura de 80°C.

Ao analisar os dados da Tabela 14, fica clara a influência não somente da temperatura, mas também da taxa de deformação aplicada ao carregamento no

teste do material, com variação nos valores das constantes características do material e nas constantes relativas a cada componente da série de Prony. Além disso, assim como no modelo FS, o ponto de ótimo é interior ao conjunto viável, ou seja, é um ponto de mínimo irrestrito.

É interessante notar que ambos os modelos, OR e FS, apresentam resultados similares. Isso fica bem evidente quando se observam os formatos das curvas correspondentes (Figura 40 a Figura 45). E de modo similar ao modelo anterior, nesta análise alguns resultados não estão como esperado. Isso pode ser explicado devido ao fato de o material ser composto.

Tabela 14: Resultados numéricos considerando influência da pressão utilizando o modelo O'Reilly. Ajuste para o material STAMAX 30YM240.

Temperaturas (°C)	T = -35	T = 23	T = 80
$E_1$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_2$ (MPa)	618,20	0,00	264,45
$E_3$ (MPa)	570,10	1225,40	111,71
$E_4$ (MPa)	604,80	324,60	776,54
$E_5$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_6$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_7$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_8$ (MPa)	1648,60	1085,40	645,42
$E_\infty$ (MPa)	4301,79	2840,78	1961,24
$C^P$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,10421	0,2522	0,13125
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
Erro GA (MPa <sup>2</sup> )	1,852	6,614	5,063
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	1,829	6,614	5,062

#### 4.4.4 Identificação Considerando as Influências da Temperatura e da Pressão Segundo o Modelo de Fillers – Moonan – Tschoegl

Nesta seção, são apresentadas análises que consideram ambas influências da temperatura e da pressão. Para tanto, utiliza-se o modelo FMT para o fator de deslocamento.

##### 4.4.4.1 Ajuste com taxas de deformações fixas e diferentes temperaturas

Para cada taxa de deformação fixa, o material é caracterizado considerando três temperaturas diferentes (-35°C, 23°C e 80°C). Os resultados dos ajustes são

mostrados graficamente para as taxas de 0,0001 (mm/mm)/s (Figura 46), 0,01 (mm/mm)/s (Figura 47), 0,1 (mm/mm)/s (Figura 48) e 1 (mm/mm)/s (Figura 49).

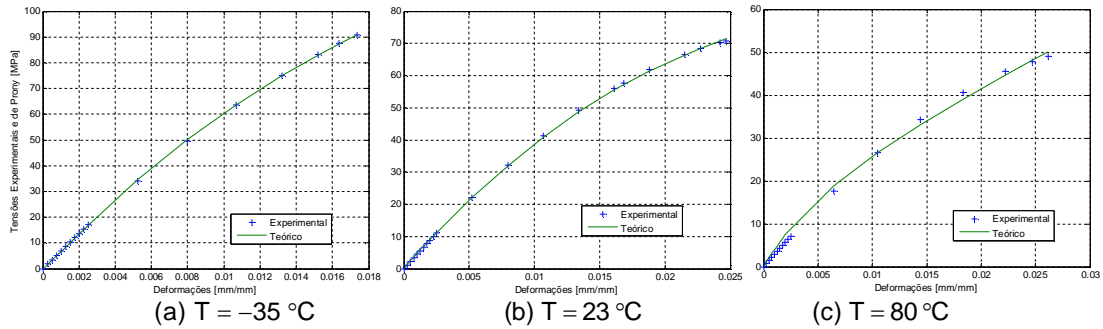


Figura 46. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,0001 ((mm/mm)/s).

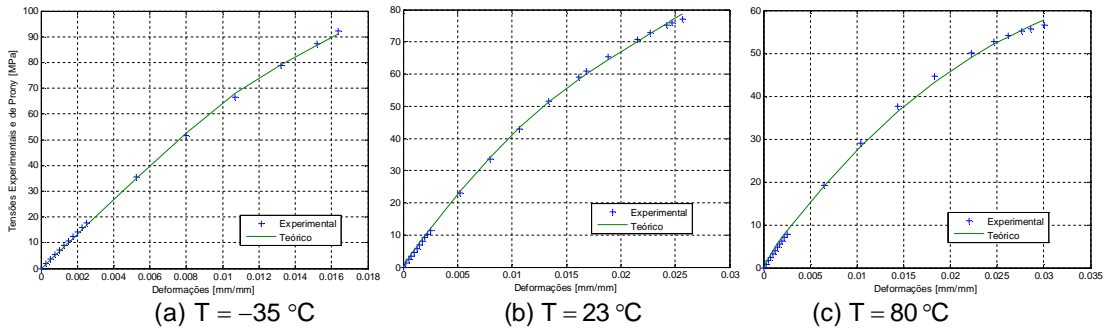


Figura 47. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,01 ((mm/mm)/s).

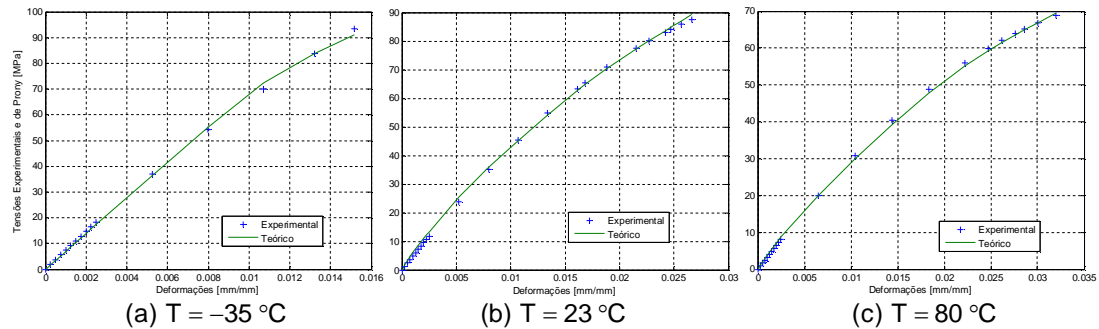


Figura 48. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 0,1 ((mm/mm)/s).

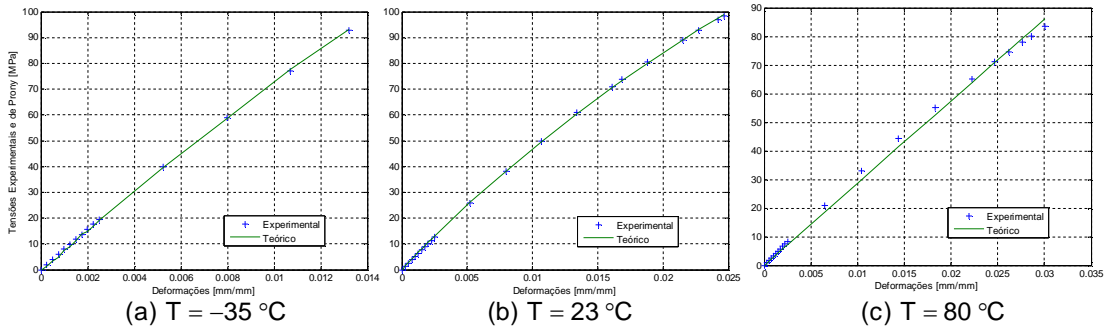


Figura 49. Ajuste do modelo teórico (-) com os dados experimentais (+) para temperaturas distintas e uma taxa de deformação fixa de 1 ((mm/mm)/s).

O modelo que descreve essas curvas é dado pela Eq. (122). Os resultados numéricos que o caracterizam, tendo em vista o MVE em estudo, são apresentados segundo a Tabela 15. Através desta tabela, nota-se que os erros, via AGs e PNL, são poucos significativos. Isso pode ser evidenciado através da observação das curvas apresentadas, Figura 47 a Figura 50, em que se constata bons ajustes aos dados experimentais.

Tabela 15: Resultados do processo de identificação para taxas de deformações fixas.

Taxa de Deformação ((mm/mm)/s)	$\dot{\varepsilon} = 0,0001$	$\dot{\varepsilon} = 0,01$	$\dot{\varepsilon} = 0,1$	$\dot{\varepsilon} = 1$
$E_1$ (MPa)	3,70	1415,5	1877,70	2597,20
$E_2$ (MPa)	684,3	0,00	26,70	3,40
$E_3$ (MPa)	4,70	830,00	989,80	12,80
$E_4$ (MPa)	0,00	211,90	13,70	0,90
$E_5$ (MPa)	1059,40	1298,00	635,30	513,8
$E_6$ (MPa)	9,60	0,00	506,90	219,0
$E_7$ (MPa)	478,00	1444,10	81,30	400,1
$E_8$ (MPa)	563,40	219,80	1060,60	600,3
$E_\infty$ (MPa)	5502,50	1292,61	1734,52	2821,96
$C_1^{T,P}$	0,0077	5,31	12,07	20,58
$C_2^{T,P}$ (°C)	57,75	106,45	185,51	198,42
$C_3^{T,P}$ (°C)	1,85	360,75	396,19	306,58
$C_4^{T,P}$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,0028	0,009948	0,00762	0,0069
$C_5^{T,P}$ (°C)	103,91	498,02	154,96	101,20
$C_6^{T,P}$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,00	0,00363	0,0056	0,0028
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	00
$T_0$ (°C)	23,00	23,00	23,00	23,00
Erro GA (MPa <sup>2</sup> )	3,13	1,79	0,8001	2,00
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	2,39	0,58	0,800	1,99

#### 4.4.4.2 Ajuste com temperaturas fixas e diferentes taxas de deformação

Além dos resultados apresentados até aqui, o material é caracterizado para uma única temperatura e, ao mesmo tempo, quatro taxas distintas de deformação 0,0001(mm/mm/s), 0,01(mm/mm/s), 0,1(mm/mm/s) e 1 (mm/mm/s). Os resultados gráficos do ajuste entre os modelos teóricos e experimentais são mostrados para as temperaturas de -35°C (Figura 50), 23°C (Figura 51) e 80°C (Figura 52).

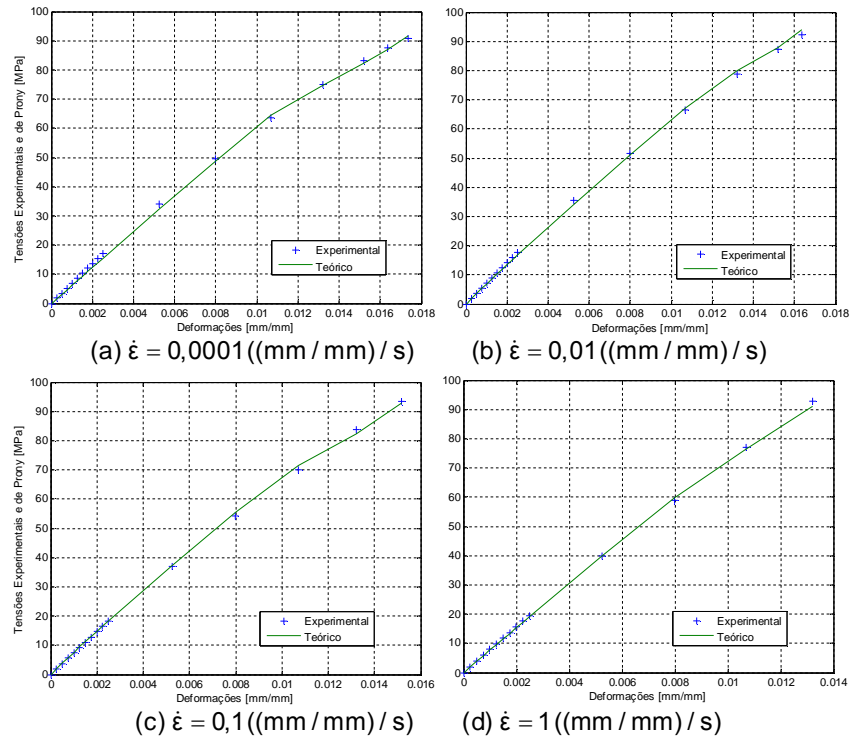


Figura 50: Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para temperatura de -35 °C.

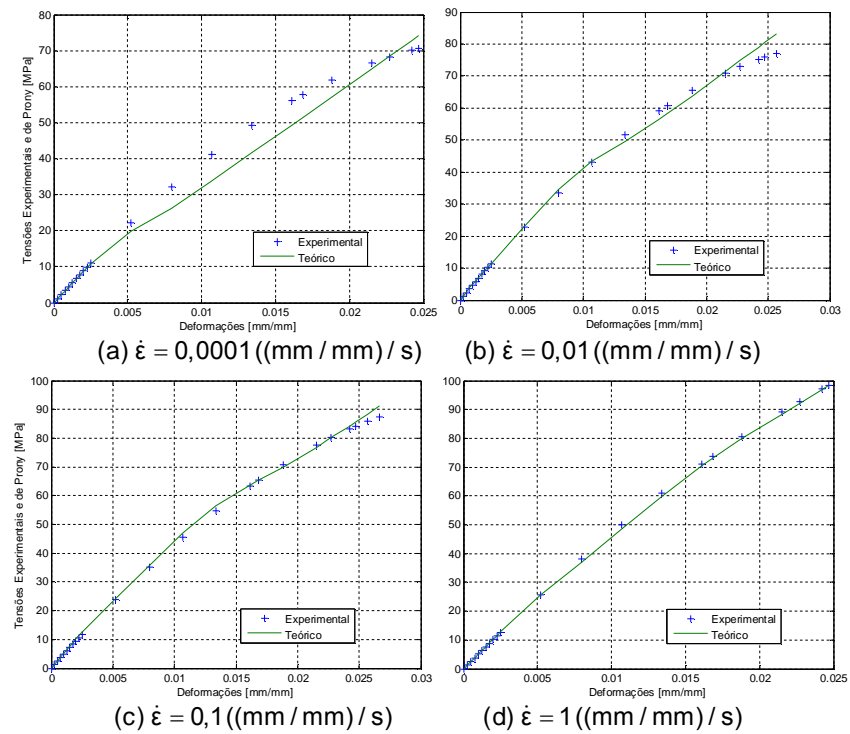


Figura 51: Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para temperatura de 23 °C.

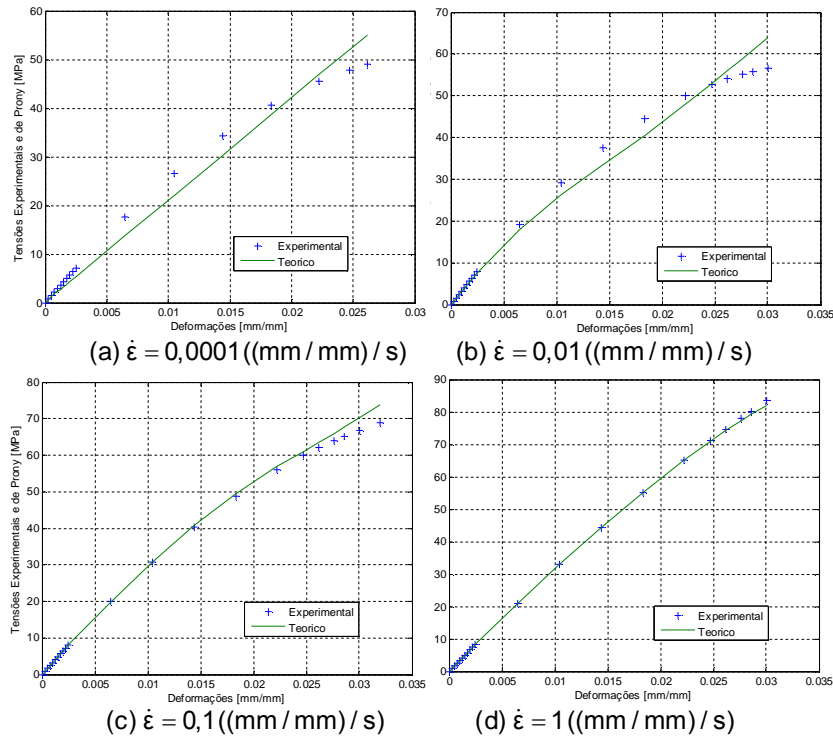


Figura 52: Ajuste do modelo teórico (-) aos resultados experimentais (+) para temperatura de 80 °C.

Tabela 16: Resultados da identificação para temperaturas fixas. Influência da temperatura e da pressão.

Temperatura (°C)	T = -35	T = 23	T = 80
$E_1$ (MPa)	237,20	0,00	0,00
$E_2$ (MPa)	654,90	0,00	0,00
$E_3$ (MPa)	497,60	709,50	0,00
$E_4$ (MPa)	124,00	0,00	0,00
$E_5$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$E_6$ (MPa)	0,00	0,00	272,87
$E_7$ (MPa)	4,00	0,00	62,79
$E_8$ (MPa)	1758,70	1465,30	839,35
$E_\infty$ (MPa)	4439,89	2958,18	2106,05
$C_1^{T,P}$	0,00014	119,64	13,00
$C_2^{T,P}$ (°C)	57,90	8,159	151,00
$C_3^{T,P}$ (°C)	40,09	220,29	302,00
$C_4^{T,P}$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,00094	0,00093	0,01
$C_5^{T,P}$ (°C)	4,30	30,53	0,00
$C_6^{T,P}$ (MPa <sup>-1</sup> )	0,0072	0,0058	0,0019
$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00
$T_0$ (°C)	23,00	23,00	23,00
Erro GA (MPa <sup>2</sup> )	3,45	4,96	5,81
Erro mínimo (MPa <sup>2</sup> )	0,59	4,58	5,43



As curvas apresentadas estão segundo o modelo tensão-deformação que considera as influências da pressão e da temperatura no MVE, apresentado conforme a Eq.(122). Os parâmetros ótimos encontrados para esse modelo são apresentados na Tabela 16. Nos resultados desta tabela, visualiza-se que a temperatura de ensaio no teste experimental também tem grande influência no comportamento do módulo de relaxação, como esperado. Por exemplo,  $E_{\infty}$  possui valor mais elevado quando o material está em baixas temperaturas, decrescendo quando passa para temperaturas mais altas. Essa influência está presente da mesma forma nas outras variáveis de estudo.

#### 4.4.4.3 Ajuste global

Com vista a um ajuste global das propriedades do material, foram tomadas todas as 12 curvas disponíveis do material STAMAX 30YM240, para o ajuste simultâneo. Os resultados gráficos estão mostrados conforme se ilustra da Figura 53 à Figura 55.

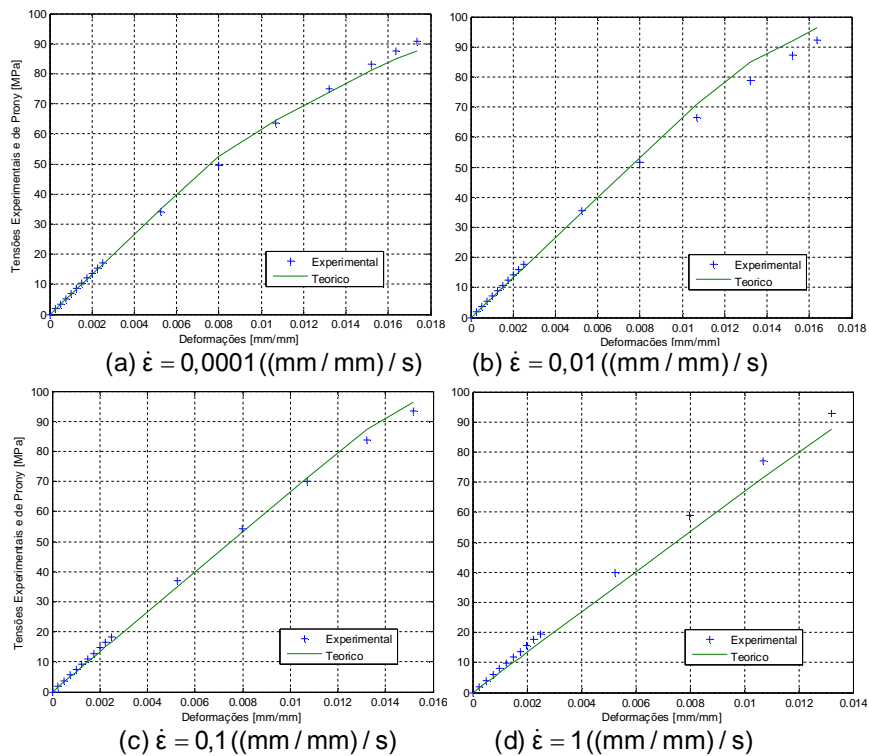


Figura 53: Representação de ajuste global para representar temperatura de  $-35^{\circ}\text{C}$  nas diferentes taxas de deformação.

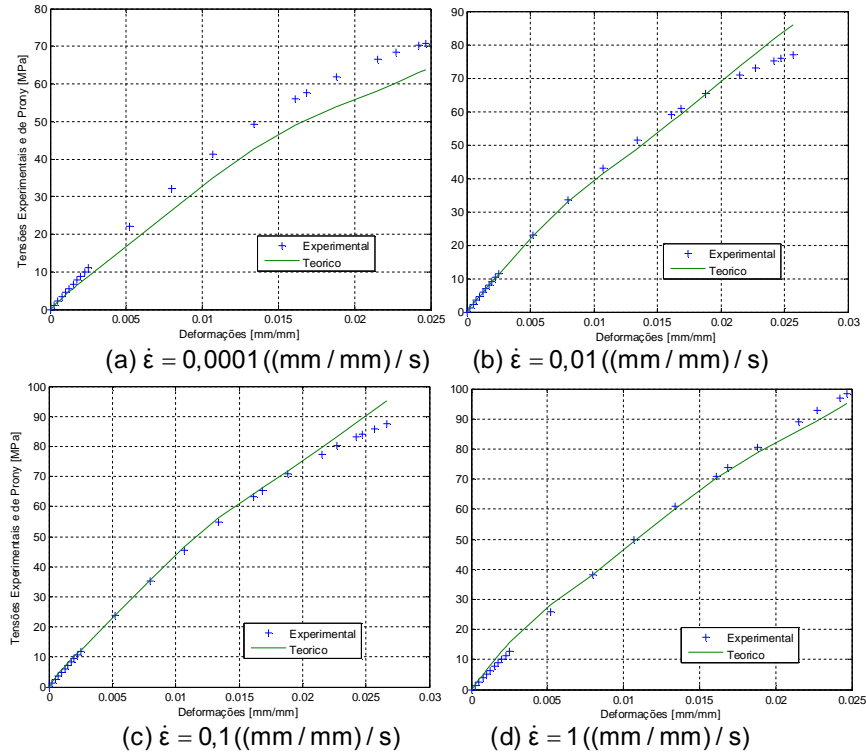


Figura 54: Representação de ajuste global para representar temperatura de 23°C nas diferentes taxas de deformação.

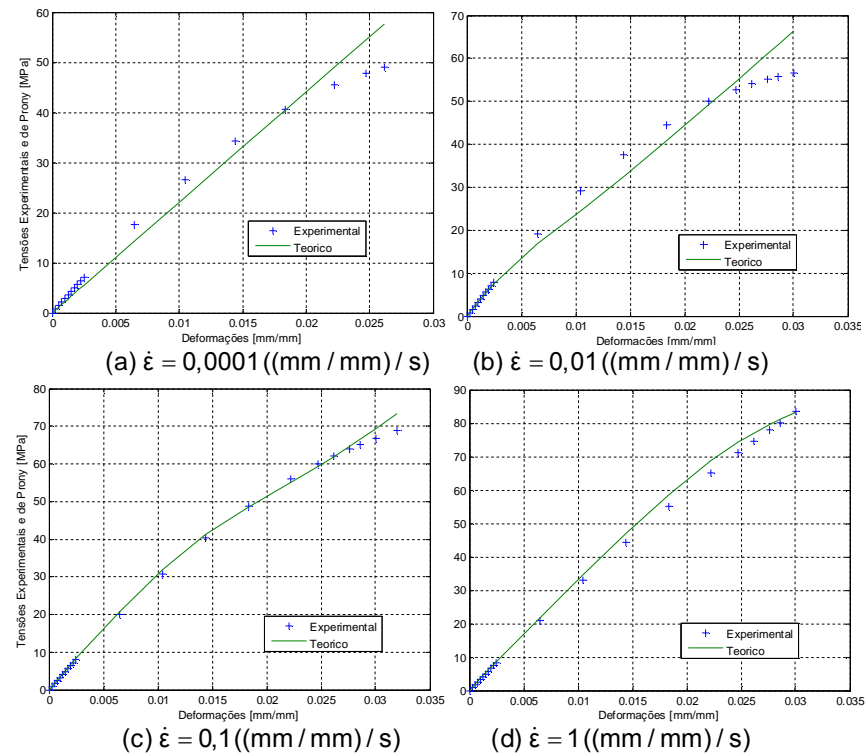


Figura 55: Representação de ajuste global para representar temperatura de 80°C nas diferentes taxas de deformação.

Os valores dos parâmetros, que caracterizam o MVE encontrados via otimização, são apresentados conforme os dados da Tabela 17. O modelo para o fator de deslocamento utilizado está baseado na Eq. (41), onde os limites, superior e inferior, dos parâmetros do processo de otimização para AG e PNL são apresentados na Tabela 10.

Com o objetivo de estudar a validade deste modelo, fazem-se alguns ajustes com diferentes números de termos para a série de Prony. Na Tabela 17, observa-se que quando se aumenta o número de termos desta série, os valores das constantes  $E_i$  se redistribuem entre os novos termos inseridos. Além disso, os valores dos erros diminuem com o aumento do número de termos. Mostrando que quanto mais termos da série envolvidos melhores resultados podem ser obtidos.

Tabela 17: Valores referentes a identificação do módulo de relaxação com diferentes números de termos de Prony.

i	Constantes/ Prony	Número de termos da série de Prony			
		2	3	5	9
1	$E_1$ (MPa)	3030,60	2042,3	2152,00	2144,3
2	$E_2$ (MPa)	-	-	-	0,20
3	$E_3$ (MPa)	-	-	3,70	0,00
4	$E_4$ (MPa)	-	-	-	303,00
5	$E_5$ (MPa)	-	1265,80	1149,10	896,70
6	$E_6$ (MPa)	-	-	-	0,00
7	$E_7$ (MPa)	-	-	0,00	0,00
8	$E_8$ (MPa)	-	-	-	0,50
9	$E_9$ (MPa)	1953,20	1091,60	1122,80	1121,80
	$E_\infty$ (MPa)	2360,33	2215,70	2212,85	2205,43
	$C_1^{T,P}$	19,57	15,18	16,71	19,501
	$C_2^{T,P}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	174,46	146,42	162,34	189,00
	$C_3^{T,P}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	319,14	228,24	396,36	390,04
	$C_4^{T,P}$ ( $\text{MPa}^{-1}$ )	0,0094	0,0096	0,0099	0,00998
	$C_5^{T,P}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	373,32	231,89	455,34	499,00
	$C_6^{T,P}$ ( $\text{MPa}^{-1}$ )	0,00093	0,0019	0,00517	0,00502
	$P_0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00
	$T_0$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	23,00	23,00	23,00	23,00
	Erro AG	14,08	10,80	10,66	10,60
	Erro PNL ( $\text{MPa}^2$ )	14,08	10,80	10,66	10,60

Além disso, ao analisar as curvas relacionadas ao ajuste global, infere-se que há certa diferença entre as curvas teóricas e as experimentais. Esse fato pode

ser explicado em virtude de as curvas em análise terem temperaturas experimentais muito distantes entre si e/ou poucas com diferentes taxas de deformação. Outra possível explicação pode ser pelo fato de o material em análise não ser puramente um polímero, ou seja, ser composto com certa percentagem de fibra de vidro. E como discutido, anteriormente, evidenciando uma provável inaplicação do princípio da superposição tempo temperatura pressão.

## 5 CONCLUSÃO

### 5.1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho, é utilizada uma metodologia para identificar parâmetros que descrevem o comportamento mecânico de MVEs no domínio do tempo. Essa metodologia contempla as influências da temperatura, da pressão e de ambas simultaneamente. Ela possibilita caracterizar polímeros viscoelásticos que possuem comportamento termo, piezo e termopiezo reologicamente simples. Para tanto, dados experimentais de tensão versus deformação, com diferentes taxas de deformação e temperaturas de dois polímeros (STAMAX 30YM240 e CYCOLAC BDT5510) foram utilizados.

A estrutura computacional implementada é baseada no modelo constitutivo de séries de Prony e no processo inverso de identificação dos parâmetros viscoelásticos, utilizando uma técnica híbrida de otimização baseada na aplicação de AGs para aproximar o ponto de mínimo global e na utilização de PNL para melhor aproximar o ponto de ótimo.

#### 5.1.1 Análise Considerando a Influência da Temperatura

Na análise que considera apenas efeito da temperatura, é utilizado o modelo WLF. Nesta análise, pode-se inferir que este modelo descreve com boa precisão o comportamento mecânico dos polímeros estudados, visto que as curvas foram ajustadas quase que perfeitamente, com erros pequenos. Os resultados numéricos estão bem satisfatórios, uma vez que todos se encontram dentro do conjunto viável de dados.

#### 5.1.2 Análise Considerando a Influência da Pressão

Do mesmo modo, avalia-se o efeito da pressão média instantânea no material. Para tanto, dois modelos (FS e OR) para o fator de deslocamento são utilizados para representar a relação tensão-deformação. Tais modelos são empregados para representar o comportamento de ambos os materiais, STAMAX 30YM240 e CYCOLAC BDT5510. Fazendo uma observação detalhada das curvas experimentais e teóricas, conclui-se que houve um bom ajuste, demonstrando que

tais modelos são adequados para caracterizar o comportamento mecânico dos polímeros em análise.

### 5.1.3 Análise Considerando as Influências da Temperatura e da Pressão

No último caso, teve-se a avaliação dos efeitos da temperatura e pressão média simultaneamente nos MVEs. Para os casos estudados, houve um ajuste aceitável das curvas relacionadas aos modelos teóricos e experimentais. Os resultados mostraram que os erros totais não foram tão significativos. Isso demonstra a viabilidade do uso deste modelo para prever o comportamento mecânico dos polímeros. Entretanto, o autor recomenda a busca de um outro modelo para tal situação que possa ainda melhorar esses resultados.

## 5.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Não obstante o corrente trabalho ter atingido os objetivos propostos, determinados aspectos podem ser melhorados e, para tanto, seguem algumas sugestões para trabalhos futuros:

- I. Realizar ensaios no domínio do tempo e da frequência e, com o modelo aqui apresentado, que considera a influência da temperatura, fazer uma identificação conjunta nos domínios do tempo e da frequência.
- II. Caracterizar o material no domínio do tempo utilizando outros modelos para o fator deslocamento e considerando influências da temperatura e da pressão.
- III. Estender essa metodologia para outros MVEs, além daqueles considerados neste trabalho.
- IV. Realizar ensaios de tração pura e cisalhamento puro e identificar o coeficiente de Poisson resultante.

## REFERÊNCIAS

AGIRRE, M. M.; ELEJABARRIETA, M.J.. Characterisation and modeling of viscoelastically damped sandwich structures. **International Journal of Mechanical Sciences**. vol. 52, p. 1225–1233. 2010.

ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. 2ª edição. San Diego: Elsevier academic press, 2004.

ÁVILA, E. B.. **Estudo do Cálculo Fracionário Aplicado à Modelagem de Sistemas Vibratórios com Amortecimento Viscoelástico**. 109f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Área de Mecânica dos Sólidos e Vibrações, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2010.

BRINSON, H.F.; BRINSON, L.C.. **Polymer Engineering Science and Viscoelasticity: An Introduction**. Ed. Springer. 2008.

CANEVAROLO JR., S. V. **Ciência dos Polímeros: Um Texto Básico para Tecnólogos e Engenheiros**. 2ª edição. São Paulo: Artiber, 2006.

CREMA, F. L. **Análise Viscoelástica Não-Linear de Componentes Poliméricos com Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis 2007.

CHANDA, M.; ROY, S. K.. **Plastics Technology Handbook**. 4ª edição. London: CRC Press, 2006.

CHEN, T. Determining a Prony Series for a viscoelastic material from time varying strain data. **National Technical Information Service**, Relatório interno, NASA, 2000.

COSTA, M. F. P.; RIBEIRO, C.. Parameter estimation of viscoelastic materials: a test case with different optimization strategies. **International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics**. p. 771-774. 2001.

DOOLITTLE, A. K.; DOOLITTLE, D. B.; Studies in Newtonian flow. v. further verification of the free-space viscosity equation. **Journal of Applied Physics**, v. 28, n. 6, p. 901-905. 1957.

FERRY, J. D.; STRATTON, R. A.. The free volume interpretation of the dependence of viscosities and viscoelastic relaxation times on concentration, Pressure, and Tensile Strain. **Kolloid- Zeitschrift**, v. 171, n. 5, p. 107-111, 1960.

FERRY, J. D.. **Viscoelastic Properties of Polymers**. Ed. Joh Wiley & Sons. 1980.

FILLERS, R.W.; TSCHOEGL, N.W.. The effect of pressure on the mechanical properties of polymers, **Transactions of the Society of Rheology**, v. 21, n. 1, p. 51–100, 1977.

FINDLEY, W. N.; LAY, J. S.; ONARAN, K. **Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials**. Amsterdã: North-Holland Publishing Company. 1976.

GOLDSTEIN, M. Some Thermodynamic aspects of the glass transition: free volume, entropy, and enthalpy theories. **The Journal of Chemical Physics**, v. 38, n. 12, p. 3369-3374, 1963.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

JRAD, H.; DION, J. L.; RENAUD, F.; TAWFIQ, I.; HADDAR, M.. Experimental characterization, modeling and parametric identification of the non linear dynamic behavior components. **European Journal of Mechanics A/Solids**. vol. 42, p. 176-187. 2013.

KALIAPPAN, S. K.. **Characterization of Physical Properties of Polymers Using AFM Force-Distance Curves**. 127 f. Doctoral Thesis, University of Siegen, Siegen 2006.

KRALJ, A., PRODAN, T., AND EMRI, I.. An apparatus for measuring the effect of pressure on the time-dependent properties of polymers. **Journal of Rheology**. vol. 45, p. 929-943. 2001.

LAKES, R. S.. Viscoelastic measurement techniques. **Review of Scientific Instruments**, v. 75, p. 797-810, 2004.

LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A.; NETO, J. M. S.; ESPÍNDOLA, J. J.. **Caracterização Dinâmica Integrada de Elastômeros por Derivadas Generalizadas**. Congresso Nacional em Engenharia Mecânica - CONEM, Belem, Brazil. 2004.

MAINARDI, F.. **Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity – An Introduction to Mathematical Models**. Imperial College Press, London, 2010.

MANO, E. B.. **Introdução a Polímeros**. Ed. Edgard Blucher LTDA, 1985.

MCCRUM, N. G.; BUCKLEY, C. P.; BUCKNALL, C. B.. **Principles of Polymer Engineering**. 2 nd ed. Oxford University Press, Oxford UK. 1997.

MOONAN, W.K.; TSCHOEGL, N.W.. The effect of pressure on the mechanical properties of polymers. 2. Expansively and compressibility measurements. **Macromolecules**. v. 16, p. 55–59, 1983.

MOSCHEN, I. D. C.. **Sobre as funções Mittag-Leffler e o Modelo Fracionário de Materiais Viscoelásticos**. 130f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

O'BRIEN, D.; MATHER, P. T.; WHITE, S. R.. Viscoelastic properties of an epoxy resin during cure. **Journal of Composite Materials**. vol. 35, n. 10, p. 883-904. 2001.



O'REILLY, J. M. The effect of pressure on glass temperature and dielectric relaxation time of polyvinyl acetate. **Journal of Polymer Science**, vol. 57, pp. 429-444, 1962.

PACHECO, J. E. L.. **Caracterização de Materiais Viscoelásticos com Aplicação de Séries de Prony e Análise por Elementos Finitos**. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Área de Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos, Universidade Federal do Paraná, Curitiba 2013.

PARK, S. W.. Analytical modeling of viscoelastic dampers for structural and vibration control. **International Journal of Solids and Structures**. vol. 38, n. 7, p. 8065-8092. 2000.

POOLER, D. J.. **The Temperature Dependent Non-Linear Response of a Wood Plastic Composite**. 121 f. Dissertation (Master degree in Mechanical Engineering) - Department of Mechanical and Materials Engineering. Washington State University, 2001.

REKTORYS, K.. **Variational Methods in Mathematics, Science and Engineering**. D. Reidel Publishing company, 1980.

RUDIN, A.. **The Elements of Polymer Science and Engineering**. 2<sup>a</sup> edition, Orlando: Academic Press, 1982.

SHARPE, W. N. JR.. **Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics**. Ed. Springer; 1a Edição. 2008.

SOUSSOU, J. E.; MOAVENZADEH, F.; GRADOWCZYK, M. H.. Application of prony series to linear viscoelasticity. **Transactions of the Society of Rheology**, v. 14, n. 4, p. 573-584, 1970.

TSCHOEGL, N. W.; KNAUSS, W. G.; EMRI, I. The effect of temperature and pressure on the mechanical properties of thermo - and/or piezorheologically simple polymeric materials in thermodynamic equilibrium – A critical review. **Mechanics of Time-Dependent Materials**, vol. 6, pp. 53-99, 2002.

WARD, I. M. AND SWEENEY, J.. **An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers**. New Jersey: Chichester. 2004.

WILLIAMS, M. L.; LANDEL, R. F.; FERRY, J. D. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. **Journal of the American Chemical Society**. vol. 14, n. 7, p. 3701-3707. 1955.

WELCH, S. W. J.; RORRER, R. A. L.; DUREN, R. G. JR.. Application of time – based fractional calculus methods to viscoelastic creep and stress relaxation of materials. **Mechanics of Time-Dependent Materials**. vol. 3, n. 25, p. 279-303. 1999.

YIN, Y.; ZHU, K. Q.. Oscillating flow of a viscoelastic fluid in a pipe with the fractional Maxwell model. **Applied Mathematics and Computation**. vol. 173, n. 12, p. 231-242. 2006.

## APÊNDICES

### APÊNDICE 1 – DADOS DE TESTES EXPERIMENTAIS DO MATERIAL STAMAX.

Neste apêndice, estão apresentados os dados de testes experimentais, do material STAMAX, realizados nas temperaturas de -35°C, 23°C e 80°C. Para cada temperatura, são realizados ensaios nas taxas de deformação de 0,0001, 0,01, 0,1 e 1 ((mm/mm)/s). Estes dados experimentais são disponibilizados pela empresa SABIC® e os experimentos realizados de acordo com a norma ISO 527/1B.

Tabela A.1.1 – Dados experimentais para temperatura de -35°C.

Taxas de deformação.							
0,0001 ((mm/mm)/s)		0,001 ((mm/mm)/s)		0,1 ((mm/mm)/s)		1 ((mm/mm)/s)	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,000250	1,757970	0,000299	1,814182	0,000249	1,870857	0,000249	1,987723
0,000500	3,502835	0,000495	3,615712	0,000499	3,730443	0,000499	3,966242
0,000750	5,234583	0,000749	5,404579	0,000749	5,578748	0,000749	5,935549
0,001000	6,953206	0,000999	7,180774	0,000999	7,415763	0,000999	7,895635
0,001249	8,658691	0,001249	8,944285	0,001249	9,241478	0,001249	9,846494
0,001499	10,351029	0,001498	10,695104	0,001498	11,055884	0,001498	11,788118
0,001748	12,030210	0,001748	12,433220	0,001748	12,858973	0,001748	13,720498
0,001998	13,696222	0,001998	14,158622	0,001998	14,650735	0,001998	15,643628
0,002247	15,349055	0,002247	15,871301	0,002247	16,431161	0,002247	17,557500
0,002497	16,988700	0,002496	17,571246	0,002496	18,200242	0,002496	19,462105
0,005236	34,151298	0,005236	35,427315	0,005236	36,908734	0,005236	39,799030
0,007968	49,702776	0,007968	51,727851	0,007968	54,231174	0,007968	59,003676
0,010693	63,629183	0,010692	66,459328	0,010692	70,155382	0,010692	77,065870
0,013212	75,078506	0,013212	78,705590	0,013212	83,661452	0,013212	92,784735
0,015184	83,065019	0,015184	87,351326	0,015184	93,399564	n. d.	n. d.
0,016365	87,435287	0,016365	92,131624	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.
0,017349	90,834579	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.	n. d.

\*n. d. = Não disponível.

Tabela A.1.2 – Dados experimentais para temperatura de 23°C.

Taxas de deformação.							
0,0001 ((mm/mm)/s)		0,001 ((mm/mm)/s)		0,1 ((mm/mm)/s)		1 ((mm/mm)/s)	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
0,000000	0,000000	0,0000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,000250	1,138259	0,000249	1,174656	0,000249	1,211352	0,000249	1,287021
0,000500	2,268033	0,000499	2,341119	0,000499	2,415407	0,000499	2,568083
0,000750	3,389315	0,000749	3,499385	0,000749	3,612157	0,000749	3,843180
0,001000	4,502098	0,000999	4,649444	0,000999	4,801596	0,000999	5,112307
0,001249	5,606374	0,001249	5,791292	0,001249	5,983720	0,001249	6,375459
0,001499	6,702138	0,001498	6,924921	0,001498	7,158521	0,001498	7,632631
0,001748	7,789383	0,001748	8,050325	0,001748	8,325995	0,001748	8,883819
0,001998	8,868101	0,001998	9,167498	0,001998	9,486134	0,001998	10,129017
0,002247	9,938286	0,002247	10,276432	0,002247	10,638933	0,002247	11,368221
0,002497	10,999931	0,002496	11,377121	0,002496	11,784387	0,002496	12,601425
0,005236	22,112459	0,005236	22,938661	0,005236	23,897858	0,005236	25,769282
0,007968	32,181811	0,007968	33,493017	0,007968	35,113881	0,007968	38,204006
0,010693	41,198953	0,010692	43,031430	0,010692	45,424570	0,010692	49,899009
0,013410	49,154851	0,013409	51,545140	0,013409	54,822039	0,013409	60,847702
0,016119	56,040471	0,016119	59,025387	0,016119	63,298401	0,016119	71,043496
0,016857	57,731429	0,016857	60,884942	0,016857	65,449238	0,016857	73,692633
0,018822	61,846778	0,018821	65,463413	0,018821	70,845771	0,018821	80,479804
0,021517	66,564739	0,021516	70,850456	0,021516	77,456262	0,021516	89,150037
0,022739	68,347039	0,022739	72,949311	0,022739	80,149185	0,022739	92,836022
0,024205	70,185319	0,024204	75,177758	0,024204	83,121987	0,024204	97,047606
0,024693	70,725000	0,024692	75,850000	0,024692	84,050000	0,024692	98,400000
n. d.	n. d.	0,025667	77,088304	0,025667	85,811356	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	n. d.	n. d.	0,026641	87,446174	n. d.	n. d.

\*n. d. = Não disponível.

Tabela A.1.3 – Dados experimentais para temperatura de 80°C

Taxas de deformação.							
0,0001 ((mm/mm)/s)		0,001 ((mm/mm)/s)		0,1 ((mm/mm)/s)		1 ((mm/mm)/s)	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,000250	0,740421	0,000249	0,807246	0,000249	0,822800	0,000249	0,833061
0,000500	1,475680	0,000499	1,608983	0,000499	1,641201	0,000499	1,663745
0,000750	2,205773	0,000749	2,405205	0,000749	2,455197	0,000749	2,492048
0,001000	2,930697	0,000999	3,195908	0,000999	3,264785	0,000999	3,317970
0,001249	3,650447	0,001249	3,981088	0,001249	4,069962	0,001249	4,141507
0,001499	4,365019	0,001498	4,760741	0,001498	4,870724	0,001498	4,962657
0,001748	5,074409	0,001748	5,534861	0,001748	5,667068	0,001748	5,781419
0,001998	5,778612	0,001998	6,303445	0,001998	6,458989	0,001998	6,597791
0,002247	6,477625	0,002247	7,066488	0,002247	7,246484	0,002247	7,411770
0,002497	7,171444	0,002496	7,823985	0,002496	8,029550	0,002496	8,223354
0,006479	17,562684	0,006478	19,186152	0,006478	19,953261	0,006478	20,881299
0,010445	26,606053	0,010445	29,109403	0,010445	30,727342	0,010445	32,917062
0,014396	34,284568	0,014395	37,575580	0,014395	40,337018	0,014395	44,322064
0,018331	40,581244	0,018330	44,566528	0,018330	48,767514	0,018330	55,087725
0,022251	45,479096	0,022250	50,064089	0,022250	56,004057	0,022250	65,205464
0,024693	47,822366	0,024692	52,733636	0,024692	59,914026	0,024692	71,196215
0,026155	48,961139	0,026154	54,050106	0,026154	62,031871	0,026154	74,666700
n. d.	n. d.	0,027615	55,151461	0,027615	63,977660	0,027615	78,043658
n. d.	n. d.	0,028587	55,765718	0,028587	65,178882	0,028587	80,242780
n. d.	n. d.	0,030044	56,506421	0,030044	66,836181	0,030044	83,462854
n. d.	n. d.	n. d.	n. d.	0,031983	68,774905	n. d.	n. d.

\*n. d. = Não disponível.

## APÊNDICE 2 – DADOS DE TESTES EXPERIMENTAIS DO MATERIAL CYCOLAC.

Neste apêndice, estão apresentados resultados de testes experimentais, referentes ao material CYCOLAC. Os experimentos são realizados nas temperaturas de -40°C, 23°C, 43°C e 66°C. Para cada temperatura, o material é submetido a ensaio de tração com taxa de deformação 0,0833 (mm/mm)/s. Os ensaios são realizados pela empresa SABIC®, conforme a norma ASTM D638.

Tabela A.2.1 – Dados experimentais para temperaturas de -40°C, 23°C, 43°C e 66°C, e taxa fixa de deformação de 0,0833 ((mm/mm)/s).

-40°C		23°C		43°C		66°C	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,00018	0,06199	0,00001	0,05700	0,00016	0,04199	0,00018	0,04699
0,00035	0,11599	0,00018	0,11100	0,00037	0,08299	0,00036	0,07999
0,00051	0,16699	0,00037	0,16100	0,00054	0,12499	0,00053	0,11599
0,00066	0,21499	0,00057	0,21200	0,00071	0,16299	0,00072	0,15199
0,00086	0,26499	0,00076	0,26300	0,00090	0,20499	0,00094	0,19399
0,00101	0,31299	0,00096	0,31100	0,00109	0,24599	0,00114	0,23599
0,00117	0,35799	0,00115	0,36100	0,00127	0,28699	0,00133	0,27399
0,00133	0,40899	0,00134	0,40900	0,00145	0,32599	0,00151	0,31299
0,00149	0,45299	0,00153	0,46000	0,00163	0,36399	0,00174	0,35199
0,00168	0,50099	0,00173	0,50800	0,00181	0,40299	0,00192	0,39099
0,00183	0,54599	0,00192	0,55800	0,00198	0,44099	0,00212	0,42699
0,00201	0,59099	0,00210	0,60600	0,00216	0,47999	0,00228	0,46499
0,00216	0,63599	0,00229	0,65100	0,00234	0,52099	0,00248	0,50099
0,00231	0,67999	0,00248	0,69900	0,00250	0,55699	0,00268	0,53999
0,00247	0,72499	0,00267	0,74700	0,00268	0,59499	0,00287	0,57899
0,00263	0,76999	0,00287	0,79400	0,00286	0,63099	0,00306	0,61499
0,00279	0,81499	0,00306	0,84200	0,00302	0,66899	0,00323	0,65299
0,00294	0,85699	0,00324	0,88700	0,00320	0,70799	0,00341	0,68599
0,00309	0,90099	0,00346	0,93500	0,00337	0,74299	0,00361	0,72499
0,00323	0,94599	0,00365	0,98200	0,00355	0,78199	0,00380	0,76099
0,00340	0,99099	0,00385	1,02700	0,00371	0,81799	0,00400	0,79699
0,00358	1,03299	0,00404	1,07500	0,00390	0,85599	0,00417	0,83299
0,00374	1,07399	0,00424	1,12000	0,00406	0,89199	0,00436	0,86799
0,00388	1,11899	0,00443	1,16500	0,00422	0,92699	0,00453	0,90399
0,00405	1,16099	0,00461	1,20900	0,00439	0,96599	0,00472	0,93999
0,00420	1,20599	0,00480	1,25700	0,00457	0,99799	0,00488	0,97599
0,00434	1,24799	0,00499	1,30200	0,00473	1,03699	0,00508	1,01199
0,00450	1,28899	0,00518	1,34400	0,00489	1,06899	0,00526	1,04499
0,00464	1,33399	0,00537	1,38800	0,00506	1,10499	0,00545	1,07999
0,00481	1,37599	0,00554	1,43300	0,00524	1,13999	0,00562	1,11299
0,00494	1,41799	0,00573	1,47800	0,00539	1,17599	0,00581	1,14899

continua

Tabela A.2.1 – Dados experimentais para temperaturas de -40°C, 23°C, 43°C e 66°C, e taxa fixa de deformação de 0,0833 ((mm/mm)/s).

continuação

-40°C		23°C		43°C		66°C	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
0,00510	1,45699	0,00592	1,52000	0,00557	1,21099	0,00600	1,18499
0,00526	1,50099	0,00609	1,56500	0,00573	1,24399	0,00619	1,21199
0,00541	1,54299	0,00628	1,60900	0,00590	1,27999	0,00635	1,24799
0,00557	1,58499	0,00647	1,65100	0,00606	1,31499	0,00653	1,28299
0,00569	1,62699	0,00664	1,69300	0,00625	1,34799	0,00669	1,31599
0,00585	1,66899	0,00683	1,73800	0,00639	1,38299	0,00690	1,35199
0,0060	1,70999	0,00703	1,78000	0,00655	1,41599	0,00707	1,38499
0,00615	1,74899	0,00720	1,82400	0,00673	1,44799	0,00724	1,41799
0,00629	1,79099	0,00739	1,86600	0,00690	1,48099	0,00742	1,44799
0,00646	1,83299	0,00758	1,90500	0,00705	1,51599	0,00762	1,48299
0,00662	1,87199	0,00776	1,94999	0,00721	1,54899	0,00777	1,50699
0,00675	1,91299	0,00794	1,98899	0,00739	1,58499	0,00796	1,54299
0,00691	1,95499	0,00812	2,02999	0,00756	1,61699	0,00815	1,57599
0,00705	1,96399	0,00831	2,07199	0,00772	1,64999	0,00832	1,60899
0,00720	2,01199	0,00849	2,11399	0,00788	1,68199	0,00849	1,63899
0,00733	2,05999	0,00868	2,15599	0,00804	1,71499	0,00870	1,67099
0,00749	2,10099	0,00886	2,19799	0,00821	1,74699	0,00886	1,70099
0,00762	2,13099	0,00904	2,23899	0,00837	1,76499	0,00903	1,73399
0,00777	2,17899	0,00923	2,27799	0,00854	1,80099	0,00920	1,76399
0,00793	2,21799	0,00941	2,31999	0,00867	1,83299	0,00939	1,79399
0,00808	2,25699	0,00959	2,36199	0,00884	1,86599	0,00957	1,82399
0,00820	2,29199	0,00978	2,40099	0,00900	1,89499	0,00976	1,85399
0,00836	2,33099	0,01003	2,44199	0,00917	1,92799	0,00993	1,88299
0,00851	2,37299	0,01013	2,48099	0,00933	1,96099	0,01010	1,91299
0,00864	2,40899	0,01033	2,51699	0,00949	1,99299	0,01028	1,94299
0,00881	2,44799	0,01051	2,55899	0,00967	2,02599	0,01047	1,97299
0,00894	2,48699	0,01069	2,59799	0,00983	2,05499	0,01063	2,00299
0,00910	2,52499	0,01088	2,63599	0,00999	2,08799	0,01082	2,03299
0,00922	2,56099	0,01106	2,67499	0,01015	2,11799	0,01102	2,06299
0,00938	2,59999	0,01124	2,71399	0,01032	2,14699	0,01119	2,08899
0,00953	2,63899	0,01143	2,75299	0,01047	2,17999	0,01138	2,11899
0,00965	2,67499	0,01162	2,78899	0,01063	2,20899	0,01157	2,14899
0,00981	2,71099	0,01180	2,82699	0,01081	2,23899	0,01173	2,17599
0,00996	2,74899	0,01198	2,86299	0,01097	2,26899	0,01190	2,20299
0,01006	2,78499	0,01217	2,90199	0,01114	2,29799	0,01210	2,22999
n. d.	n. d.	0,01236	2,94099	0,01129	2,32799	0,01231	2,25999
n. d.	n. d.	0,01253	2,97699	0,01145	2,35499	0,01247	2,28699
n. d.	n. d.	0,01272	3,01299	0,01161	2,38399	0,01265	2,31299

continua

Tabela A.2.1 – Dados experimentais para temperaturas de -40°C, 23°C, 43°C e 66°C, e taxa fixa de deformação de 0,0833 ((mm/mm)/s),

continuação

-40°C		23°C		43°C		66°C	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
n. d.	n. d.	0,01291	3,05099	0,01177	2,41399	0,01286	2,33699
n. d.	n. d.	0,01308	3,08699	0,01194	2,44299	0,01304	2,36399
n. d.	n. d.	0,01327	3,12299	0,01211	2,46999	0,01325	2,39099
n. d.	n. d.	0,01345	3,15899	0,01227	2,49999	0,01345	2,41799
n. d.	n. d.	0,01365	3,19499	0,01245	2,52599	0,01362	2,44499
n. d.	n. d.	0,01384	3,22999	0,01259	2,55299	0,01382	2,46899
n. d.	n. d.	0,01400	3,26599	0,01275	2,57999	0,01401	2,49299
n. d.	n. d.	0,01420	3,30199	0,01292	2,60599	0,01420	2,51899
n. d.	n. d.	0,01439	3,33499	0,01309	2,63299	0,01439	2,54299
n. d.	n. d.	0,01456	3,37099	0,01326	2,65999	0,01460	2,56699
n. d.	n. d.	0,01476	3,40699	0,01344	2,68899	0,01479	2,58799
n. d.	n. d.	0,01494	3,44199	0,01360	2,71299	0,01499	2,61199
n. d.	n. d.	0,01512	3,47499	0,01376	2,73999	0,01519	2,63599
n. d.	n. d.	0,01533	3,50799	0,01394	2,76599	0,01539	2,65999
n. d.	n. d.	0,01551	3,54399	0,01410	2,78999	0,01558	2,68099
n. d.	n. d.	0,01570	3,57699	0,01427	2,81699	0,01578	2,70099
n. d.	n. d.	0,01589	3,60999	0,01445	2,84299	0,01600	2,72199
n. d.	n. d.	0,01609	3,64299	0,01462	2,86999	0,01620	2,74599
n. d.	n. d.	0,01628	3,67499	0,01478	2,89399	0,01640	2,76399
n. d.	n. d.	0,01647	3,70499	0,01496	2,91699	0,01661	2,78499
n. d.	n. d.	0,01666	3,73799	0,01512	2,94399	0,01682	2,80599
n. d.	n. d.	0,01686	3,77099	0,01529	2,96799	0,01703	2,82399
n. d.	n. d.	0,01704	3,80099	0,01547	2,98799	0,01726	2,84499
n. d.	n. d.	0,01724	3,83399	0,01564	3,01499	0,01747	2,86299
n. d.	n. d.	0,01745	3,86399	0,01582	3,03899	0,01767	2,88099
n. d.	n. d.	0,01763	3,89299	0,01599	3,05899	0,01792	2,89899
n. d.	n. d.	0,01784	3,92599	0,01616	3,08299	0,01813	2,91299
n. d.	n. d.	0,01822	3,98299	0,01651	3,12799	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01841	4,01299	0,01670	3,15099	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01863	4,04299	0,01688	3,17199	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01883	4,07199	0,01706	3,19599	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01903	4,09899	0,01724	3,21599	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01923	4,12599	0,01741	3,23699	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01945	4,15599	0,01760	3,25799	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01965	4,17999	0,01779	3,27899	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,01986	4,20699	0,01798	3,29599	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02006	4,23699	0,01816	3,31699	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02029	4,26099	0,01837	3,33499	n. d.	n. d.

continua

Tabela A.2.1 – Dados experimentais para temperaturas de -40°C, 23°C, 43°C e 66°C e taxa fixa de deformação de 0,0833 ((mm/mm)/s),

conclusão.

-40°C		23°C		43°C		66°C	
Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)	Deformação (mm/mm)	Tensão (MPa)
n. d.	n. d.	0,02051	4,28699	0,01855	3,35599	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02072	4,31099	0,01873	3,37599	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02094	4,33499	0,01893	3,39399	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02115	4,35599	0,01912	3,41199	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02137	4,37999	0,01932	3,42999	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02159	4,40399	0,01952	3,44699	n. d.	n. d.
n. d.	n. d.	0,02182	4,42499	0,01972	3,46499	n. d.	n. d.


\*n. d. = Não disponível.



## ANEXOS

### ANEXO 1- COMPOSIÇÃO DO MATERIAL STAMAX

Aqui, são apresentadas informações sobre a composição do material STAMAX 30YM240 e algumas de suas propriedades mecânicas, como fornecidas pela empresa SABIC®.



General Information			
Product Description			
SABIC® STAMAX 40YM240 is a 40% long glass fiber reinforced polypropylene. The glass fibers are chemically coupled to the PP matrix, resulting in high stiffness and strength. The IMDS is 16497161.			
General			
Material Status	• Commercial: Active		
Availability	• North America		
Filler / Reinforcement	• Long Glass Fiber, 40% Filler by Weight		
Features	• Chemically Coupled	• High Stiffness	• High Strength
Automotive Specifications	• GM GMP.PP.112	• GM QK 003872 Color: 10012	• IMDS ID 16497161 Black
Processing Method	• Injection Molding		
ASTM & ISO Properties <sup>1</sup>			
Physical	Nominal Value	Unit	Test Method
Specific Gravity	1.21	g/cm³	ASTM D792
Density	1.22	g/cm³	ISO 1183
Mechanical	Nominal Value	Unit	Test Method
Tensile Modulus <sup>2</sup>	8470	MPa	ASTM D638
Tensile Modulus			ISO 527-2/1
--	8300	MPa	
80°C	5700	MPa	
120°C	4500	MPa	
Tensile Strength <sup>3</sup> (Break)	108	MPa	ASTM D638
Tensile Stress			ISO 527-2/1A/50
Break	121	MPa	
Break, 80°C	75.0	MPa	
Break, 120°C	54.0	MPa	
Tensile Elongation <sup>3</sup> (Break)	1.8	%	ASTM D638
Tensile Strain (Break)	2.1	%	ISO 527-2/50
Flexural Modulus			
50.0 mm Span <sup>4</sup>	7680	MPa	ASTM D790
64.0 mm Span <sup>5</sup>	7850	MPa	ISO 178
80°C, 64.0 mm Span <sup>5</sup>	5550	MPa	ISO 178
Thermal	Nominal Value	Unit	Test Method
Deflection Temperature Under Load (1.8 MPa, Unannealed, 3.20 mm)	158	°C	ASTM D648
Heat Deflection Temperature <sup>6</sup> (1.8 MPa, Unannealed)	157	°C	ISO 75-2/A
Additional Information	Nominal Value	Unit	Test Method
Glass Fiber Content	40	%	ISO 3451
Processing Information			
Injection	Nominal Value	Unit	
Drying Temperature	80.0 to 100	°C	
Drying Time	2.0	hr	
Rear Temperature	230 to 290	°C	
Middle Temperature	225 to 285	°C	
Front Temperature	220 to 280	°C	
Nozzle Temperature	220 to 280	°C	
Processing (Melt) Temp	220 to 280	°C	
Mold Temperature	20.0 to 80.0	°C	
Back Pressure	0.00 to 0.500	MPa	

## ANEXO 2- COMPOSIÇÃO DO MATERIAL STAMAX

Aqui, são apresentadas informações sobre a composição do material CYCOLAC BDT5510 e algumas de suas propriedades mecânicas, como fornecidas pela empresa SABIC®.



### CYCOLAC™ Resin BDT5510

#### Americas: COMMERCIAL

Automotive. High heat resistance, low gloss, color concentratable for interior applications. Natural only.

TYPICAL PROPERTIES'	TYPICAL VALUE	Unit	Standard
<b>MECHANICAL</b>			
Tensile Stress, yld, Type I, 5 mm/min	540	kgf/cm²	ASTM D 638
Tensile Modulus, 5 mm/min	23100	kgf/cm²	ASTM D 638
Flexural Stress, yld, 1.3 mm/min, 50 mm span	820	kgf/cm²	ASTM D 790
Flexural Modulus, 1.3 mm/min, 50 mm span	25000	kgf/cm²	ASTM D 790
Tensile Stress, yield, 50 mm/min	43	MPa	ISO 527
Tensile Modulus, 1 mm/min	2930	MPa	ISO 527
Flexural Stress, yield, 2 mm/min	67	MPa	ISO 178
Flexural Modulus, 2 mm/min	2030	MPa	ISO 178
<b>IMPACT</b>			
Izod Impact, notched, 23°C	29	cm-kgf/cm	ASTM D 256
Falling Dart Impact (D 3029), 23°C	356	cm-kgf	ASTM D 3029
Izod Impact, notched 80*10*4 +23°C	12	kJ/m²	ISO 180/1A
Izod Impact, notched 80*10*4 -30°C	7	kJ/m²	ISO 180/1A
Charpy 23°C, V-notch Edgew 80*10*4 sp=62mm	13	kJ/m²	ISO 179/1eA
Charpy -30°C, V-notch Edgew 80*10*4 sp=62mm	7	kJ/m²	ISO 179/1eA
<b>THERMAL</b>			
HDT, 0.45 MPa, 3.2 mm, unannealed	92	°C	ASTM D 648
HDT, 1.82 MPa, 3.2mm, unannealed	81	°C	ASTM D 648
CTE, -40°C to 60°C, flow	1.35E-04	1/°C	ASTM E 831
Vicat Softening Temp, Rate B/50	98	°C	ISO 308
HDT/Bf, 0.45 MPa Flatw 80*10*4 sp=64mm	95	°C	ISO 75/Bf
HDT/Al, 1.8 MPa Flatw 80*10*4 sp=64mm	83	°C	ISO 75/Al
<b>PHYSICAL</b>			
Specific Gravity	1.05	-	ASTM D 792
Mold Shrinkage, flow, 3.2 mm (5)	0.5 - 0.8	%	SABIC Method
Melt Flow Rate, 230°C/3.8 kgf	6	g/10 min	ASTM D 1238
Melt Viscosity, 260°C, 1000 sec-1	1630	poise	ASTM D 3825
Spiral Flow, 260°C, 10 ips, 3.175 X 1524 mm	736.6	mm	-
Melt Flow Rate, 220°C/10.0 kg	14	g/10 min	ISO 1133
<b>OPTICAL</b>			
Gloss, untextured, 60 degrees	25	-	ASTM D 523
<b>FLAME CHARACTERISTICS</b>			
UL Recognized, 94HB Flame Class Rating (3)	1.52	mm	UL 94
<b>Injection Molding</b>			
Drying Temperature	90 - 95	°C	
Drying Time	2 - 4	hrs	
Drying Time (Cumulative)	8	hrs	
Maximum Moisture Content	0.01	%	
Melt Temperature	230 - 275	°C	
Nozzle Temperature	230 - 275	°C	
Front - Zone 3 Temperature	220 - 255	°C	
Middle - Zone 2 Temperature	210 - 250	°C	
Rear - Zone 1 Temperature	195 - 240	°C	
Mold Temperature	50 - 80	°C	
Back Pressure	0.3 - 0.7	MPa	
Screw Speed	30 - 60	rpm	
Shot to Cylinder Size	50 - 70	%	
Vent Depth	0.038 - 0.051	mm	